

Istraživanje pomoću kalkulatora - decimalni brojevi - ideja

U 5. razredu učimo uspoređivati i množiti decimalne brojeve. Vezano uz to učenicima možemo postaviti sljedeći zadatak kroz kojeg ćemo koristeći kalkulator pronalaziti brojeve koji zadovoljavaju zadane uvjete, a ujedno i uvježbavati naučeno:

Zadatak:

Koji broj pomnožen sam sa sobom daje broj 10?

a) Prvo odredi između koja se dva susjedna/uzastopna prirodna broja on nalazi.

b) Zatim nađi i njegovu prvu decimalu.

c) Nađi njegove prve dvije decimale.

d) Nađi njegove prve tri decimale.

Pri istraživanju možeš koristiti kalkulator.

Naravno, umjesto 10 možemo zadati bilo koji drugi broj, čime dobivamo više zadataka - i za rješavanje u školi, i za zadaću. Nakon nakoliko netrivialnih zadataka poput gornjeg možemo zadati i npr. broj 16, pa komentirati odgovore pod a, b, c, d i provjeriti na kalkulatoru.

Isto tako, možemo tražiti i više decimale.

Što sve postizemo ovakvim zadacima?

1. Na samom početku učenik treba **procijeniti** cijeli dio. Time se kod njega učvršćuje osjećaj da ako je $3 \cdot 3 = 9$ i $4 \cdot 4 = 16$, onda množenjem brojeva između 3 i 4 sa samim sobom dobivamo brojeve između 9 i 16.

Tj. množenje decimalnih brojeva je "prirodno proširenje" množenja prirodnih brojeva kojeg poznajemo od prije.

2. Ovdje se ujedno postavlja i pitanje koji su brojevi između 3 i 4. Iako mnogi učenici znaju da 3.1, 3.2, 3.3 ... spadaju u takve, ipak ima i onih kojima to još uvijek nije "sjelo". Naime, mnogi i dalje nesvjesno smatraju da je broj s više znamenaka automatski veći od broja s manje znamenaka (npr. da je 3.1 veći od 4), na što su navikli kod prirodnih brojeva.

3. Nakon utipkavanja npr. $3.5 \cdot 3.5$ (što je jednako 12.25) ili $3.1 \cdot 3.1$ (=9.61) učenik dobivene rezultate mora znati usporediti s 10.

Dakle, i ovdje primjenjujemo i uvježbavamo ono što smo naučili o uspoređivanju decimalnih brojeva.

4. Nakon uočavanja da je $3.1 \cdot 3.1 = 9.61$ i $3.2 \cdot 3.2 = 10.24$, zaključujemo da je traženi broj između 3.1 i 3.2. Otuda dalje treba zaključiti:

- da traženi broj počinje s 3.1, tj. prva decimala mu je 1 (to je odgovor na pitanje b)
- da ćemo drugu decimalu (pitanje c) dobiti istražujući brojeve između 3.1 i 3.2. A znamo li koji su to brojevi (kojeg oblika)?

5. Nakon izračunavanja $3.16 \cdot 3.16 = 9.9856$ i $3.17 \cdot 3.17 = 10.0489$ zaključujemo da je traženi broj između 3.16 i 3.17.

Znamo li koji su brojevi između 3.16 i 3.17? (pri istraživanju treće decimale)

...

Na kraju želim zahvaliti kolegi Rex-u Boggs-u, članu (i osnivaču) Diskusijske liste Math-learn, <http://groups.yahoo.com/group/math-learn> na:

- opisu ideja o primjeni kalkulatora u vezi kvadriranja i korjenovanja, koje su kod mene potakle stvaranje gore opisane ideje
- na dopuštenju da i njegovu i svoju ideju stavim na web.

Ovdje je i citat njegovog mail-a u kojem ćete, vjerujem, uživati (ako znate engleski), a možda i u svojoj nastavi primijeniti koju od njegovih jako zgodnih ideja.

Rex Boggs, Diskusijska lista Math-learn, <http://groups.yahoo.com/group/math-learn>, poruka broj 9881 :

"Teach the students the traditional square root algorithm. Not as a practical exercise, as a \$2 calculator can do this faster than any human, but it does give the students good mental computation practice. And some students enjoy it and will take it to rather absurd lengths.

Students can also find square roots using a sort of binary procedure. Assume that the square root button on their calc is broken and they need sqrt2 accurate to say 2 decimal places. The answer is between 1 (since $1^2 = 1$) and 2 (since $2^2 = 4$), so split the diff and guess 1.5. Now square 1.5:

$1.5^2 = 2.25$. This is bigger than 2 so the sqrt2 is between 1 and 1.5. Split the diff again and square 1.25:

$1.25^2 = 1.5625$ so sqrt2 is between 1.25 and 1.5.

Etc...

How many iterations to get an answer accurate to 2 decimal places? Do this for other square roots. How many iterations to get an answer accurate to 3 decimal places? 4? 5? n?

I have in the past had a competition for memorizing the digits of pi. Some students reach 50 digits or so. You could do the same for sqrt(n), where n is the student's favourite number (square numbers not allowed).

I saw a video on the net once where a man was reciting the first n digits of π (I forget n) while juggling 3 balls. You could instigate a similar competition and challenge students to recite the digits of $\sqrt{2}$ while doing something else, e.g. skipping rope. [Caveat: I have never done this. I just thought of it.]

You can demonstrate that sqrts are in general irrational by writing out the first 100 digits of $\sqrt{2}$ on a roll of adding machine tape. Have the kids do the same for any other number that is not a perfect square

Or have the students make up a mnemonic for the first 9 digits of $\sqrt{2}$, similar to those folks make for π .

Even just drawing the graph of $y = \sqrt{x}$ for x up to say 100 and estimating the square roots (e.g. $\sqrt{55}$) from the graph is a useful pre-algebra activity.

If you want to extend to cubes and cube roots, here is a really neat trick.

Tell the students that you have memorised the cubes of all numbers up to 100, and if they give you any perfect cube (such as 389017) up to 1,000,000 that you can mentally take the cube root and give them the answer (73).

The secret is that if a number ends in 1, its cube ends in 1, if a number ends in 2, its cube ends in 8, etc. Here is the table

0	-->	0
1	-->	1
2	--	8
3	-->	7
4	-->	4
5	-->	5
6	-->	6
7	-->	3
8	-->	2
9	-->	9

No repeats! So you know the units digit, and if you know the cubes of the numbers from 0 to 9, you can get the tens digit. For example, 300,793. The units digit must be a 7.

Now 60^3 is 216,000,

70^3 is 343,000 hence too big, so it is 67^3 . Once the kids figure out your trick, ask them:

* can the trick be extended to numbers beyond 1,000,000? Who can extend the trick to the largest number?

* does the trick work with squares? why or why not?

* does the trick work with any higher powers? If yes, who can extend the trick the furthest?

(hint: check out the 5th powers. the result might surprise you!)

That about exhausts my ideas on this topic... Hope it helps.

Cheers

Rex "