

## Pronalaženje najmanjeg zajedničkog višekratnika - ideja

**Problematiku** u vezi traženja najmanjeg zajedničkog višekratnika opisat ću na primjeru pronalaženja **V(6,8)**:

U našim se udžbenicima (5. razreda) uglavnom objašnjavaju dva načina za pronalaženje najmanjeg zajedničkog višekratnika:

1. način :

- ispisati nekoliko višekratnika broja 6
- ispisati nekoliko višekratnika broja 8
- uočiti koji se brojevi ponavljaju na oba popisa - prvi takav je  $V(6,8)$

2. način je "pismeno" pronalaženje, koje se svodi:

- ili na to da oba broja (6 i 8) rastavimo na proste faktore, pa množimo...
- ili na to da napišemo "6,8", kraj njih uspravnu crtu....

U vezi oba načina želim istaknuti da su oni **jako nepraktični** kad na brzinu trebamo pronaći najmanji zajednički višekratnik "malih brojeva", npr. prilikom zbrajanja razlomaka (npr. šestina i osmina)... Stoga sa svojim učenicima volim dobro uvježbati još jedan način, kojeg trebaju koristiti dok se kod njih ne razvije osjećaj, odnosno dok ne steknu dovoljno iskustva da ga mogu odmah naći napamet.

**Kako u glavi odvrtiti postupak traženja  $V(6,8)$  ?**

**1. Uoč koji je broj veći, 6 ili 8 !**

Veći je 8.

**2. Redom nabrajaj višekratnike broja 8 i za svakog se upitaj je li on možda višekratnik i od broja 6. Prvi takav bit će upravo  $V(6,8)$  !**

Dakle, višekratnici broja 8 su: 8, 16, 24, 32, 40...

8 nije višekratnik od 6, 16 također nije, a 24 je!

Dakle  $V(6,8)=24$ .

U prvim primjerima koje rješavamo na taj način, učenici si mogu negdje sa strane zabilježiti "8, 16, 24, 32, 40..." tako da pred očima imaju brojeve o kojima razmišljaju... vrlo brzo potreba za zapisivanjem kod većine učenika nestane, pa taj postupak počnu uspjevati uspješno "vrtiti" u glavi, bez zapisivanja sa strane. A s vremenom se postigne da se  $V(6,8)$  automatski kaže, bez posebnog promišljanja.

No, da ne bi bilo zablude, osim ove metode, sa učenicima uvježbavam i ostale jer svaka od njih ima svojih prednosti - jedna objašnjava koje se razmišljanje skriva u pozadini traženja  $V(6,8)$  tj. koji je smisao, jedna je praktična za provođenje napamet kad imamo male brojeve, jedna nam koristi kad imamo velike brojeve...

Kako to konkretno "isprepletem" na satu, možete pročitati na idućim stranicama:

## Zajednički višekratnici i najmanji zajednički višekratnik

U udžbeniku "Petica 5" nalazi se jako zgodan motivacijski primjer. Nakon što njega prokomentiramo i riješimo, krećemo na sljedeće primjere i zadatke:

### Primjer 1.: Dopuni:

- a) Višekratnici broja 4 su: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64...  
Višekratnika broja 4 ima beskonačno mnogo. Najmanji među njima je 4.
- b) Višekratnici broja 10 su: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90...  
Višekratnika broja 10 ima beskonačno mnogo. Najmanji među njima je 10.
- c) Zajednički višekratnici brojeva 4 i 10 su: 20, 40, 60, 80, 100...  
I njih ima beskonačno mnogo. Najmanji među njima je 20, a ostale dobivamo tako da uzastopno dodajemo po 20.
- d) Koliko je  $4 \cdot 10$  ? Da li se i taj broj nalazi među zajedničkim višekratnicima brojeva 4 i 10?  
 $4 \cdot 10 = 40$   
Da, i broj 40 je zajednički višekratnik brojeva 4 i 10, ali nije najmanji (nije prvi po redu).

Dakle, da bismo našli zajedničke višekratnike brojeva 4 i 10, prvo smo nabrojali višekratnike broje 4 (odnosno, nekoliko njih), zatim višekratnike broja 10, a onda smo uočili koji je prvi zajednički. Taj je **najmanji** zajednički višekratnik, a ostale dobivamo uzastopnim dodavanjem najmanjeg. Sad ćemo naučiti kako naći najmanji zajednički višekratnik, bez da nabrajamo posebno višekratnike od 4, a posebno od 10:

### Primjer 2.: Dopuni:

- a) Zajednički višekratnici brojeva 8 i 6 su: 24, 48, 72, 96, 120...

Pažljivo pratite postupak koji ću sada opisati, jer ćemo njega koristiti i u drugim zadacima:

Prvo uočimo koji je od ova dva broja veći! To je broj ... 8!

Koji su brojevi višekratnici od 8? (Prozovem nekog od učenika da ih nabroji, a ja, dok on nabraja, istovremeno sa strane zapišem prvih nekoliko.)

Sad ćemo se za svaki od tih brojeva **redom** pitati je li on višekratnik i od 6:

Da li je 8 višekratnik od 6? A 16? A 24?

Dakle, 24 je **najmanji** zajednički višekratnik. Zapišimo ga! A kako dobivamo ostale zajedničke višekratnike?...

Sad ću još jednom ponoviti kako smo razmišljali rješavajući ovaj primjer, a onda ćemo na isti način riješiti i sljedeće...

b) Zajednički višekratnici brojeva 9 i 3 su: 9, 18, 27, 36, 45...

c) Zajednički višekratnici brojeva 3 i 5 su: 15, 30, 45, 60, 75...

Kad imamo male brojeve, najmanji zajednički višekratnik možemo naći napamet, i to ovako:

1. uočimo koji je broj veći

2. redom nabrajamo višekratnike tog broja i za svakog od njih pitamo se je li on višekratnik i od drugog broja - prvi takav bit će najmanji zajednički višekratnik.

Ostale višekratnike dobivamo uzastopnim dodavanjem najmanjeg.

1.) Nabroji prvih nekoliko (barem tri) zajedničkih višekratnika:

a) brojeva 9 i 6:

b) brojeva 4 i 20:

c) brojeva 12 i 9:

d) brojeva 50 i 60:

e) brojeva 10 i 8:

f) brojeva 8 i 12:

g) brojeva 21 i 6:

Najmanji zajednički višekratnik označavamo slovom V.

Npr.  $V(9,6)=18$  čitamo: "Najmanji zajednički višekratnik brojeva 9 i 6 je broj 18."

Prvo riješimo sve primjere na način kojeg smo gore uvježbali, a zatim uočimo ono o čemu govore doljnji okviri, pa to i zapišemo.

Primjer 3.: Dopuni:

$$V(7,9)=$$

$$V(3,2)=$$

$$V(5,6)=$$

$$V(7,11)=$$

$$V(6,4)=$$

$$V(10,15)=$$

$$V(12,15)=$$

$$V(32,8)=$$

Ako su brojevi relativno prosti, onda njihov najmanji zajednički višekratnik dobivamo njihovim množenjem.

Ako brojevi nisu relativno prosti, onda njihovim množenjem dobivamo njihov zajednički višekratnik, ali ne najmanji !

2.) Dopuni:

- a)  $V(7,8) =$   
 b)  $V(12,36) =$   
 c)  $V(5,9) =$   
 d)  $V(12,9) =$   
 e)  $V(8,11) =$   
 ...

I ovdje računamo na ranije objašnjeni način:

1. uočimo najveći broj
2. redom nabrajamo njegove višekratnike i za svakog se pitamo je li on višekratnik i od ostalih brojeva; prvi takav bit će njihov najmanji zajednički višekratnik

3.) Dopuni:

- a)  $V(6,8,4) =$                       d)  $V(30,12,6) =$   
 b)  $V(12,9,6) =$                       e)  $V(7,14,20,70) =$   
 c)  $V(5,6,10) =$                       f)  $V(6,4,9,12) =$

Ako imamo velike brojeve, za pronalaženje najmanjeg zajedničkog višekratnika koristit ćemo pismeni računski postupak:

Primjer 4.: Izračunaj:

a)  $V(42,30)$

1. način:

$$\begin{array}{l|l} 42 & :2 \\ 21 & :3 \\ 7 & :7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 30 & :2 \\ 15 & :3 \\ 5 & :5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$V(42,30) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 = 10 \cdot 21 = 210$$

$$V(42,30) = 210$$

2. način:

$$\begin{array}{l|l} 42, 30 & :2 \\ 21, 15 & :3 \\ 7, 5 & \end{array} \quad \begin{array}{l} V(42, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 = \dots \\ V(42, 30) = 210 \end{array}$$

b)  $V(27,24)$

1. način:

$$\begin{array}{l|l} 27 & :3 \\ 9 & :3 \\ 3 & :3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 24 & :2 \\ 12 & :2 \\ 6 & :2 \\ 3 & :3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{array}$$

$$V(27,24) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 27 \cdot 8 = 216$$

$$V(27,24) = 216$$

2. način:

$$\begin{array}{l|l} 27, 24 & :3 \\ 9, 8 & \end{array} \quad \begin{array}{l} V(27,24) = 3 \cdot 9 \cdot 8 = 27 \cdot 8 = 216 \\ V(27,24) = 216 \end{array}$$

c) V(4,9)

...

4.) Izračunaj:

a) V(48,18)

b) V(15,21)

c) V(77,33)

...

5.) Napamet odredi:

a)  $D(12,8) =$   
 $V(12,8) =$

f)  $D(28,70) =$   
 $V(28,70) =$

k)  $D(18,27) =$   
 $V(18,27) =$

b)  $D(30,40) =$   
 $V(30,40) =$

g)  $D(90,35) =$   
 $V(90,35) =$

l)  $D(54,72) =$   
 $V(54,72) =$

c)  $D(5,15) =$   
 $V(5,15) =$

h)  $D(36,54) =$   
 $V(36,54) =$

m)  $D(8,10,20) =$   
 $V(8,10,20) =$

d)  $D(21,6) =$   
 $V(21,6) =$

i)  $D(12,7) =$   
 $V(12,7) =$

n)  $D(12,9,4) =$   
 $V(12,9,4) =$

e)  $D(5,9) =$   
 $V(5,9) =$

j)  $D(25,10) =$   
 $V(25,10) =$

o)  $D(24,4) =$   
 $V(24,4) =$

6.) Izračunaj:

a) D(28,42) i V(28,42)

b) D(90,75) i V(90,75)

...