

## **Razlomci - zadaci s više računskih operacija i sa zagradama**

Iako učenici od prije znaju  
kojim redoslijedom izvršavamo računске operacije,  
kad se prvi put susretnu s takvim zadacima  
u kojima imaju i razlomke,  
ne snalaze se baš lako.  
Kao da je prviše detalja na koje  
moraju obraćati pažnju.

Ovdje se nalazi nekoliko zadataka  
za uvježbavanje.

Pri njihovom smišljanju pokušala sam  
izbjeći velike brojeve i predugačke zadatke,  
te sam pokušala postići da se  
ne ponavljaju prečesto zadaci istog tipa,  
da prilikom njihovog rješavanja ponovimo  
što više različitih (pod)slučajeva koji nam  
se u vezi raznih računskih operacija mogu pojaviti,  
te da prilikom sređivanja rezultata  
također imamo različite kombinacije.

## Razlomci - zadaci s više računskih operacija i sa zagradama

Prvo ponovimo kako rješavamo zadatke u kojima imamo samo zbrajanje i oduzimanje (složeniji zadaci će se često svesti upravo na takve), kao i one u kojima imamo (samo) množenje više brojeva.

1.) Izračunaj:

$$a) \frac{9}{5} - \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{36 - 30 + 5}{20} = \frac{11}{20}$$

Ako u zadatku imamo samo zbrajanja i oduzimanja razlomaka, tada sve odjednom svodimo na zajednički nazivnik.

$$b) 2\frac{1}{5} - 1\frac{5}{6} + 2 + \frac{1}{2} = \frac{11}{5} - \frac{11}{6} + \frac{2}{1} + \frac{1}{2} = \frac{66 - 55 + 60 + 15}{30} = \frac{86}{30} = 2\frac{26}{30} = 2\frac{13}{15}$$

$$\text{DZ } c) \frac{2}{3} - \frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{16 - 9 + 20}{24} = \frac{27}{24} = 1\frac{3}{24} = 1\frac{1}{8}$$

$$\text{DZ } d) 3 - 2\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{1} - \frac{7}{3} + \frac{5}{2} - \frac{1}{4} = \frac{36 - 28 + 30 - 3}{12} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$

2.) Izračunaj:

$$a) \frac{1}{35} \cdot \frac{28}{63} \cdot \frac{1}{56} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

Ako su u zadatku samo množenja, tada kratimo po dijagonalama (bilo koji brojnik i bilo koji nazivnik koji se mogu kratiti), a zatim pomnožimo posebno sve brojnike i posebno sve nazivnike.

$$b) 3\frac{2}{7} \cdot 1\frac{5}{23} \cdot \frac{1}{2} = \frac{23}{7} \cdot \frac{28}{23} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{DZ } c) \frac{7}{9} \cdot \frac{15}{49} \cdot \frac{27}{35} = \frac{9}{49}$$

$$\text{DZ } d) 2\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{11} \cdot 3 \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{22}{9} \cdot \frac{36}{11} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{60}{1} = 60$$

Ako u zadatku imamo više računskih operacija, tada:

1. množimo i dijelimo
2. zbrajamo i oduzimamo

3.) Izračunaj:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15} = \\ & = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \\ & = \frac{10+6}{15} = \\ & = \frac{16}{15} = \\ & = 1\frac{1}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{5}{6} \cdot 3 + 2 - \frac{3}{5} : \frac{9}{10} = \\ & = \frac{5}{2} + \frac{2}{1} - \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \\ & = \frac{5}{2} + \frac{2}{1} - \frac{2}{3} = \\ & = \frac{15+12-4}{6} = \\ & = \frac{23}{6} = \\ & = 3\frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 3 - 2 : \frac{4}{5} + \frac{7}{9} \cdot \frac{18}{5} = \\ & = \frac{3}{1} - \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{4} + \frac{14}{5} = \\ & = \frac{3}{1} - \frac{5}{2} + \frac{14}{5} = \\ & = \frac{30-25+28}{10} = \\ & = \frac{33}{10} = \\ & = 3\frac{3}{10} \end{aligned}$$

Iako je uokvireno pravilo kratko i lako za zapamtiti, ono zapravo nije dovoljno jasno i učenici imaju problema s njegovom primjenom. Naime, iako piše da **prvo množimo i dijelimo**, to **nije** uvijek tako. Npr. u 3.a) zadatku umjesto toga **prvo prepisujemo 2/3 !!!**

Da bi učenici što lakše uočili kako ovdje postupamo i da bi što lakše savladali postupak, uvela sam nekoliko *pravila* kojih se pridržavamo prilikom rješavanja ovakvih zadataka:

1. U zadacima s više računskih operacija, **nakon svakog znaka jednakosti idemo u novi red!** (Na taj se način najlakše uočava što se prepisuje, a što računa, tj. što je u kojem trenutku *na redu*.)
2. Prije prelaska u novi red, **prvo podvuci** što ćeš računati (u skladu s uokvirenim pravilom)! A tek nakon toga **kreni od početka reda (po redu!!!)** - podvučeno računaj, a što nije podvučeno prepishi! (U zadacima s razlomcima podvlačimo valovitom crtom, da bismo izbjegli nedoumice gdje se radi o razlomačkoj crti a gdje o "pomoćnom" podvlačenju.)
3. Kod svakog računanja pažljivo uoči **koju računsku operaciju** imamo i prisjeti se kako kod nje postupamo!

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & 2\frac{2}{3} - 6 : \frac{18}{5} - \frac{2}{7} = \\
 & = \frac{8}{3} - \frac{6}{1} \cdot \frac{5}{18} - \frac{2}{7} = \\
 & = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} - \frac{2}{7} = \\
 & = \frac{56 - 35 - 6}{21} = \\
 & = \frac{15}{21} = \\
 & = \frac{5}{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & 1 : 2 - 1 : 6 = \\
 & = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \\
 & = \frac{3-1}{6} = \\
 & = \frac{2}{6} = \\
 & = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Učenici se obično ne sjetite da je  $1:2=1/2$  i  $1:6=1/6$  (da se to odmah vidi), već kreću na množenje s recipročnom vrijednošću...  
 Ja ih obično pustim da tako riješe zadatak, a nakon toga uokvirim "1:2" i "1/2" i pitam jesmo li mogli odmah zaključiti čemu je jednako 1:2 (bez množenja s recipročnom vrijednošću)... nakon toga isto pitam za 1:6 i 1/6... (oni se tada obično uhvate za glavu)... uputim ih da ubuduće koriste taj brži način...

**DZ**

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad & 5 : 4 + 5 : 12 = \\
 & = \frac{5}{4} + \frac{5}{12} = \\
 & = \frac{15+5}{12} = \\
 & = \frac{20}{12} = \\
 & = 1\frac{8}{12} = \\
 & = 1\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

**DZ**

$$\text{g)} \quad \frac{4}{5} + \frac{8}{9} \cdot \frac{12}{5} - \frac{5}{6} : \frac{1}{2} = \dots = \frac{4}{5} + \frac{32}{15} - \frac{5}{3} = \frac{12+32-25}{15} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$$

**DZ**

$$\text{h)} \quad 12 : \frac{15}{11} - 1 - \frac{3}{5} : 6 = \dots = \frac{44}{5} - \frac{1}{1} - \frac{1}{10} = \frac{88-10-1}{10} = \frac{77}{10} = 7\frac{7}{10}$$

Za neobaveznu zadaću (tko želi):

$$i) \quad 2 \frac{1}{5} : 1 \frac{7}{15} + 2 \frac{2}{3} - 9 : 13 \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{3}{4} = \dots = \frac{30}{6} = 5$$

$$j) \quad 2 \cdot 2 \frac{1}{4} + 2 \frac{1}{5} - 4 : 5 + 1 \frac{1}{2} = \dots = \frac{74}{10} = 7 \frac{4}{10} = 7 \frac{2}{5}$$

$$k) \quad 2 \frac{2}{5} \cdot 1 \frac{3}{7} - 3 : \frac{9}{7} + \frac{4}{7} : 2 = \dots = \frac{29}{21} = 1 \frac{8}{21}$$

Ako u zadatku imamo i zagrade, tada:

1. računamo izraze u zagradama
2. množimo i dijelimo
3. zbrajamo i oduzimamo

I ovdje se pridržavamo pravila:

1. nakon svakog znaka jednakosti idemo u novi red
2. podvucimo što ćemo prvo računati...

4.) Izračunaj:

$$a) \quad \frac{9}{5} : \left( \frac{8}{7} : \frac{16}{21} \right) =$$

$$= \frac{9}{5} : \left( \frac{8}{7} \cdot \frac{21}{16} \right) =$$

$$= \frac{9}{5} : \frac{3}{2} =$$

$$= \frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{6}{5} =$$

$$= 1 \frac{1}{5}$$

Zagradu moramo prepisivati sve dok izraz u njoj ne izračunamo (tj. dok ne dobijemo njezin rezultat - samo jedan broj).

$$b) \quad 2 + 8 \cdot \left( 1 - \frac{3}{4} \right) =$$

$$= 2 + 8 \cdot \frac{4-3}{4} =$$

$$= 2 + 8 \cdot \frac{1}{4} =$$

$$= 2 + 2 =$$

$$= 4$$

Zagradu ne trebamo prepisivati zbog dugačke razlomačke crte, ona je umjesto zagrade!

Ovdje **zaokružimo** što se prvo računa jer je nespretno podvući cijeli brojnik.

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4}{7} : \left( \cancel{8} \cdot \frac{3}{\cancel{4}} \right) &= \\ &= \frac{4}{7} : \frac{6}{1} = \frac{\cancel{4}}{7} \cdot \frac{1}{\cancel{6}} = \frac{2}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3}{7} + \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) \cdot \frac{5}{7} &= \\ &= \frac{3}{7} + \frac{6+1}{8} \cdot \frac{5}{7} = \\ &= \frac{3}{7} + \frac{\cancel{7}}{8} \cdot \frac{5}{\cancel{7}} = \\ &= \frac{3}{7} + \frac{5}{8} = \\ &= \frac{24+35}{56} = \\ &= \frac{59}{56} = \\ &= 1 \frac{3}{56} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{3} \right) \cdot 10 - 2 \cdot \left( \frac{4}{5} : \frac{6}{25} \right) &= \\ &= \frac{1+4}{6} \cdot \frac{10}{1} - \frac{2}{1} \cdot \left( \frac{\cancel{4}}{5} \cdot \frac{25}{\cancel{6}} \right) = \\ &= \frac{5}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{10}}{1} - \frac{2}{1} \cdot \frac{10}{3} = \\ &= \frac{25}{3} - \frac{20}{3} = \\ &= \frac{5}{3} = \\ &= 1 \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right) : \left( \frac{3}{7} - \frac{3}{8} \right) &= \\ &= \frac{8+7}{56} : \frac{24-21}{56} = \\ &= \frac{15}{56} : \frac{3}{56} = \\ &= \frac{15}{56} \cdot \frac{56}{3} = \frac{5}{1} = 5 \end{aligned}$$

$$g) \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{9}{20} \cdot \frac{2}{3} \right) + \left( \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \right) : 1 \frac{1}{25} = \dots = \frac{31}{30} = 1 \frac{1}{30}$$

$$h) \left( 1 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{1}{3} \right) : 3 - \left( 1 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{3} \right) \cdot 4 = \dots = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$$

**DZ**  
i)  $\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{5}{2} + \frac{1}{3} \right) = \dots = \frac{17}{9} = 1 \frac{8}{9}$

**DZ**  
j)  $\frac{5}{6} \cdot \left( 1 : \frac{1}{3} \right) = \dots = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$

**DZ**  
k)  $\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) : \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \dots = \frac{3}{6} : \frac{1}{6} = 3$

**DZ**  
l)  $\frac{2}{3} : \left( \frac{1}{3} + \frac{3}{7} \right) - \frac{1}{9} \cdot \left( \frac{3}{7} \cdot \frac{21}{2} \right) = \dots = \frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{7-4}{8} = \frac{3}{8}$

**DZ**  
m)  $\left( 1 \frac{1}{2} + 1 \frac{1}{4} \right) : \left( 1 \frac{1}{3} - 1 \frac{1}{6} \right) = \dots = \frac{11}{4} : \frac{1}{6} = \frac{11}{4} \cdot \frac{6}{1} = \frac{33}{2} = 16 \frac{1}{2}$

A ako unutar zagrade imamo više računskih operacija?

5.) Izračunaj:

$$\begin{aligned} a) \quad & \frac{9}{2} - \frac{11}{24} : \left( \frac{5}{3} - 2 \cdot \frac{3}{8} \right) = \\ & = \frac{9}{2} - \frac{11}{24} : \left( \frac{5}{3} - \frac{3}{4} \right) = \\ & = \frac{9}{2} - \frac{11}{24} : \frac{20-9}{12} = \\ & = \frac{9}{2} - \frac{11}{24} : \frac{11}{12} = \\ & = \frac{9}{2} - \frac{11}{24} \cdot \frac{12}{11} = \end{aligned}$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 7 \cdot \left( \frac{3}{14} - \frac{1}{7} \right) - \frac{1}{5} \cdot \left( 3 - \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} \right) = \\ & = 7 \cdot \frac{3-2}{14} - \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{3}{1} - \frac{5}{6} \right) = \\ & = 7 \cdot \frac{1}{14} - \frac{1}{5} \cdot \frac{18-5}{6} = \\ & = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \cdot \frac{13}{6} = \\ & = \frac{1}{2} - \frac{13}{30} = \\ & = \frac{15-13}{30} = \\ & = \frac{2}{30} = \\ & = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \left( \frac{17}{9} \cdot \frac{18}{17} - \frac{8}{5} : \frac{24}{25} \right) \cdot \frac{3}{4} = \\ & = \left( \frac{2}{1} - \frac{8}{5} \cdot \frac{25}{24} \right) \cdot \frac{3}{4} = \\ & = \left( \frac{2}{1} - \frac{5}{3} \right) \cdot \frac{3}{4} = \\ & = \frac{6-5}{3} \cdot \frac{3}{4} = \\ & = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \\ & = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

**DZ**  
d)  $3 - \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{7} \cdot \frac{14}{9} \right) \cdot \frac{9}{4} = \dots = 3 - 1 = 2$

**DZ**  
e)  $\frac{1}{2} : \left( 7 : \frac{14}{5} - \frac{2}{9} : \frac{8}{27} \right) = \dots = \frac{1}{2} : \frac{7}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$



**DZ** - neobavezno (tko želi)

$$f) \quad 3\frac{1}{2} + 7 : \left( 3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} - 3 : \frac{15}{4} + \frac{5}{3} : 5 \right) = \dots$$

$$\dots = \frac{7}{2} + 7 : \left( \frac{7}{5} - \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \right) = \dots$$

$$\dots = \frac{7}{2} + 7 : \frac{14}{15} = \dots$$

$$\dots = \frac{7}{2} + \frac{15}{2} = \frac{22}{2} = 11$$