

U udžbeničkoj literaturi za 6. razred osnovne škole, zbrajanju cijelih brojeva pristupa se drugačije od onoga što je uobičajeno u kasnijoj praksi. Naime, u udžbenicima se zbrajanjem nazivaju samo oni brojevni izrazi u kojima se vidi znak "+", npr. $-3 + (-6)$, $4 + (-9)$... Prema tim udžbenicima, na te se izraze direktno (bez da se rješavamo zagrade) primjenjuju pravila za zbrajanje. A izrazi tipa $2 - 5$, $-4 - 6$... nazivaju se oduzimanjem i takvima se pristupa na razne "okolne" načine.

No, u praksi ćemo i izraz $-5 - 3$ smatrati zbrajanjem brojeva i na njega direktno primijeniti pravilo za zbrajanje brojeva jednakih predznaka. Npr. tako ćemo učiniti prilikom rješavanja jednadžbe:

$$-5x - 3x = 8$$

$$-8x = 8$$

...

Mislim da bismo tako trebali činiti i prilikom učenja pravila za zbrajanje u 6. razredu, te da sadašnji udžbenički pristup tom gradivu nije dobar iz sljedećih razloga:

1. Ako radimo u skladu s udžbenicima, zapravo uvodimo i automatiziramo pravila koja se kasnije neće koristiti niti su praktična za korištenje u tom obliku.
2. Ovo gradivo (računske operacije u skupu Z) samo po sebi nimalo nije jednostavno. Imamo nekoliko pravila za zbrajanje, zatim pravila za množenje i dijeljenje, pravila po kojima se rješavamo zagrade (kad je ispred zagrade plus ili minus), pa zadatke s više računskih operacija i sa zgradama... Jako je puno mesta na kojima će učenici, ako nisu JAKO pažljivi, pogriješiti. A mi bismo im, nakon što završimo tu cjelinu, valjda trebali reći: "A sad neka od naučenih pravila nećemo više koristiti u tom obliku. Ubuduće ćemo raditi malo drugačije." Objašnjavanjem tog malo drugačijeg načina, zapravo ćemo uvesti ZA NJIH NOVA pravila, dakle povećat ćemo broj pravila koje moraju znati. I kod nekih učenika povećati nesigurnost i zbumjenost (jedva su savladali stari način, a sad bi ga trebali zaboraviti/ignorirati i usvojiti novi, a za iste tipove zadataka).
3. Ni u jednom udžbeniku nije objašnjen taj prijelaz na praktična pravila. U vježbenicama nema zadataka za njihovo uvježbavanje i automatizaciju.
4. U prijedlozima godišnjih planova (i od nama nadređenih) niti jedan školski sat se ne predviđa za uvježbavanje prijelaza na ta praktična pravila. A program 6. razreda je i ovako prenatrpan, pa je teško naći vremena još i za to.

Iz problema navedenih pod 3 i 4, nameće se zahtjev:

- ili da učenici sâmi savladaju prijelaz na praktična pravila (što smatram nerealnim zahtjevom za većinu učenika)
- ili da učitelj to pojasi "u trenu" (zbog nedostatka vremena) i bez zadavanja DZ (nema takvih zadataka u vježbenicama), što mi se također čini nekvalitetnim rješenjem
- ili da ipak "ukrademo" nešto vremena za uvježbavanje tih pravila (te sâmi smislimo zadatke i diktiramo one za DZ)

Ako se i odlučimo za zadnje rješenje (koje je najpovoljnije za učenike), u vezi toga se još uvijek nameću pitanja/problemi navedeni pod 1 i 2. Stoga mislim da je najbolje rješenje: zbrajanju

cijelih brojeva pristupiti na način na koji se ono primjenjuje u praksi. Ja tom gradivu upravo tako pristupam.

U ovom dokumentu opisan je taj "moj" pristup. Tu ćete naći mnogo zadataka, opisa dijelova mojih satova, što ja govorim/pitam, a što učenici, gdje često grijese, kako tome doskočiti, što zadajem za DZ...

U ovom dokumentu nisam opisala sve moje satove u vezi ove cjeline (Cijeli brojevi), već samo one na kojima radim drugačije od onoga kako se pristupa u udžbeniku.

U žutim oblačićima nalaze se upute i pojašnjenja o izvedbi sata, na što treba obratiti pažnju, koja je svrha nekih zadataka itd. Van tih oblačića nalazi se tekst kojeg učenici zapisuju u bilježnice, a većina toga nađe se i na ploči. Utiskala sam i zadatke koje zadajem za DZ jer takvih u udžbenicima ni vježbenicama (zbog drugačijeg pristupa) nema. Ti se zadaci (za DZ) nalaze na posljednjim stranicama ovog dokumenta, a tamo su ujedno i zadaci za ponavljanje i sistematizaciju (prije ispita znanja). Ako ćete ovo gradivo raditi u u skladu s ovime što sam napisala, zadatke za DZ biste trebali umnožiti i podijeliti učenicima (na prvom satu na kojem ćete zadavati zadaću s njih). Učenici se tim papirima trebaju služiti na isti način kao i s vježbenicom – one zadatke koji su za DZ prepisati u bilježnicu i riješiti (a po papiru ništa ne pisati). Slično možete učiniti i sa zadacima za ponavljanje i sistematizaciju – fotokopirati i podijeliti učenicima 1-2 sata (ili tjedan dana) prije ispita znanja. Kad ovu cjelinu završimo, ja obično tražim da mi vrate te papire, pa ih sačuvam za iduću školsku godinu.

Antonija Horvatek
Matematika na dlanu
<http://www.antonija-hrvatek.from.hr/>

CIJELI BROJEVI

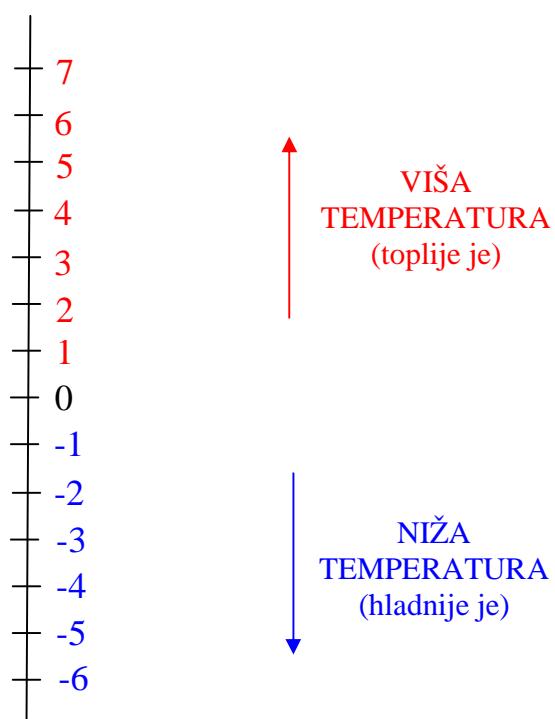
Uvod

U svrhu motivacije za ovu cjelinu, uočimo da se u svijetu oko nas pojavljuju i brojevi $-1, -2, -3\dots$ koje dosad na satovima matematike nismo susretali. Porazgovaramo o tome gdje smo se sve do sad susreli s tim (negativnim) brojevima. Npr. u prognozi vremena (temperature zraka), stanje na računu u banci, stanje u obračunu uplate struje, prolazno vrijeme skijaša (kad se njegovo vrijeme uspoređuje s vremenom onoga tko je trenutno prvi)...
 Zadržimo se na temperaturama zraka (to je aktualno jer ovo gradivo obrađujemo baš u zimi kad su temperature "u minusu").

Zimi se temperatura zraka spušta i ispod nule (0°C). Tada ona redom porpima vrijednosti $-1^\circ\text{C}, -2^\circ\text{C}, -3^\circ\text{C} \dots$

U nekim dijelovima Zemlje temperatura se spušta i do -50°C . (Brrr!)
 Ljeti su najčešće visoke temperature, npr. 30°C ($+30^\circ\text{C}$).

Termometar:



Na zidu kraj ploče naljepljen je brojevni pravac zarotiran za 90° , koji predstavlja termometar.
Iznad ploče naljepljen je (običan) brojevni pravac.
Mnoge primjere rješavamo pokazujući na njima što se događa.

Nakon crtanja termometra komentiramo da li je toplije: 5°C ili 2°C , -5°C ili -2°C , 4°C ili 0°C , -4°C ili 0°C ... Spomenute brojeve pokazujemo na "termometru" i uočavamo/ističemo da je "gornji" broj uvek "topliji" od "doljnog". Nakon tih usmenih primjera, riješimo i nekoliko pismenih:

1.) Dopuni tablicu:

zadane temperature (u $^\circ\text{C}$)	3 i 10	12 i 7	0 i 6	-5 i -1	5 i 1	-3 i -7	-6 i -5	0 i -3	-50 i -20
hladnija temperatura (u $^\circ\text{C}$)									
zadane temperature (u $^\circ\text{C}$)	4 i -4	2 i -3	-5 i 10	4 i 8	-4 i -8	4 i -8	3 i 13	6 i 8	-2 i 9
hladnija temperatura (u $^\circ\text{C}$)									
zadane temperature (u $^\circ\text{C}$)	0 i -3	7, 3 i -2	-5, -1 i -6		-10, -20 i -15				
hladnija temperatura (u $^\circ\text{C}$)									

DZ

Ovu zadaću
izdiktiram "na licu
mjesta".

Usmeno komentiramo (pokazujući na termometru) promjene temperature.

Npr. Temperatura je -3°C . Ona se:

- a) povisi za 2°C . Kolika je tada temperatura?
- b) snizi za 2°C . Kolika je tada temperatura?

Nakon nekoliko takvih usmenih primjera riješimo i sljedeći zadatak:

2.) Dopuni tablicu:

prijašnja temperatura (u $^{\circ}\text{C}$)	promjena temperature (u $^{\circ}\text{C}$)	nova temperatura (u $^{\circ}\text{C}$)
5	+2 <u>(plus</u> znači da temperatura <u>raste</u>)	7
5	-2 <u>(minus</u> znači da temperatura <u>pada</u>)	3
6	+4	
6	-5	
2	-3	
1	+5	
1	-5	
-2	+6	
-3	+1	
-4	-2	
-10	+8	
-5	-5	
0	-3	
0	+6	
-4	+4	
7	-7	
3	+3	
-4	-4	
-6	+10	

DZ

prijašnja temperatura (u $^{\circ}\text{C}$)	promjena temperature (u $^{\circ}\text{C}$)	nova temperatura (u $^{\circ}\text{C}$)
4	+3	
10	-6	
-3	+8	
-6	+4	
-2	-5	
1	-3	
5	-10	
4	+0	
-3	+3	
-2	-2	
15	-3	

Nakon prošlog zadatka komentiramo da zadatke poput $-3 + 2$, $-4 - 2$, $2 - 7 \dots$ treba shvatiti upravo u istom smislu kao i prošle zadatke (iz tablice). Riješimo i nekoliko takvih, ali to je onako "usput", to ćemo kasnije detaljno objasniti i uvježbati.

3.) Izračunaj:

$$\text{a) } (3) - (-5) = -2$$

↑ ↑ ↓

prijašnja pada za 5°C nova temperatura

b) $-5 - 4 =$

c) $6 + 4 =$

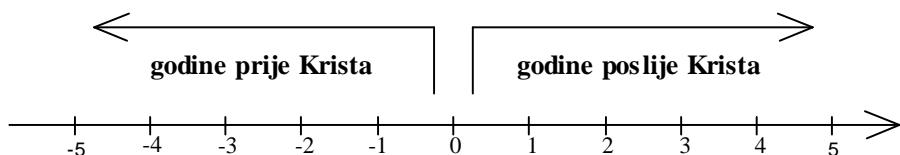
d) $-1 + 4 =$

...

Kao motivaciju za uvođenje cijelih brojeva možemo riješiti ili zadati za zadaću i sljedeće zadatke. U njima **ne** inzistiram na postavljanju matematičkog izraza (većini učenika je i bez toga veliki problem rješiti ih), već na tome da se zadatak **točno** riješi, da se razvija osjećaj za to što se događa u njemu i da se zna objasniti kako se došlo do rješenja (može i jednostavnim pokazivanjem na brojevnom pravcu).

4.) Ivan se rodio 3. godine prije Krista. Koje godine će on slaviti svoj:

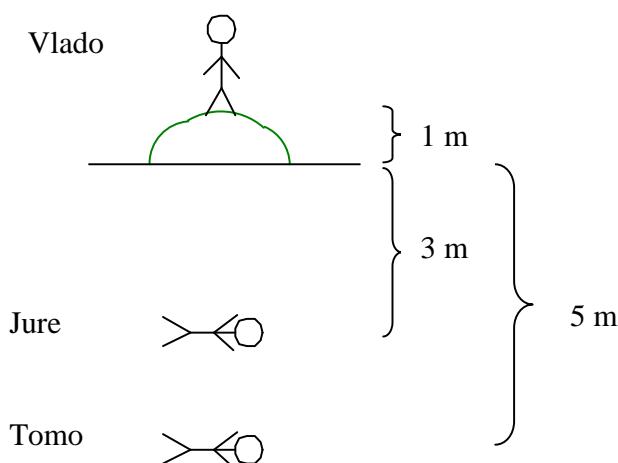
- a) 2. rođendan
- b) 4. rođendan
- c) 7. rođendan ?



5.) Franjo se rodio 5. godine prije Krista.

- a) Koji će on rođendan imati 3. godine poslije Krista?
- b) Njegov tata stariji je od njega 21 godinu. Koje je godine on rođen?

6.) Vlado se nalazi na kamenu 1 metar iznad površine mora. Jure roni na dubini od 3 metra, a Tome na dubini od 5 metara.



- a) Kolika je udaljenost između Vlade i Jure?
- b) Kolika je udaljenost između Vlade i Tome?
- c) Kolika je udaljenost između Jure i Tome?
- d) Na koliku dubinu mora zaroniti Tome da Jure bude točno na pola puta od Vlade do Tome?

7.) Stanje Vlatkinog računa je - 40 kuna (minus znači da je u dugu), Ivinog računa - 10 kuna, a Markovog računa + 50 kuna (što znači plus?).

- a) Kolika je razlika stanja na Markovom i Ivinom računu?
- b) Kolika je razlika stanja na Markovom i Vlatkinom računu?
- c) Kolika je razlika stanja na Ivinom i Vlatkinom računu?
- d) Koliko bi Marko kuna trebao potrošiti pa da ima isto stanje na računu kao i Ivo?
- e) Da li bi Vlatka trebala potrošiti ili zaraditi kune da bi imala isto stanje na računu kao i Ivo? Koliko kuna? A da bi imala isto kao Marko?

O uvođenju skupa Z , predznacima i apsolutnim vrijednostima, suprotnim brojevima, uspoređivanju cijelih brojeva i dr. neću posebno pisati. To radim slično kao što piše u udžbeniku, a za DZ zadajem zadatke iz vježbenice.

No, zbrajanju cijelih brojeva pristupam drugačije. Evo kako:

Ponovimo:

Svaki (cijeli) broj sastoji se od:

- predznaka
- apsolutne vrijednosti

Npr.

-6

predznak apsolutna vrijednost

$+10$

predznak apsolutna vrijednost

14

apsolutna vrijednost

Kad predznak ne piše,
podrazumijeva se +.

Zbrajanje cijelih brojeva

Uputa za učitelje:

Na ploču/u bilježnice zapisati:

$$-3 - 2 =$$

$$-3 + (-2) =$$

a zatim komentirati:

"Prvi zadatak možemo shvatiti ovako: temperatura zraka je -3°C i spušta se (zato je minus) još za 2°C . Kolika je sad temperatura zraka?"

Učenici odgovaraju " -5°C " i rezultat -5 zapisujemo iza znaka "=".

"Drugi zadatak možemo shvatiti ovako: Banci smo dužni 3 kune. Dakle, stanje na našem računu je -3 . Nakon toga banchi se zadužimo još 2 kune, pa se na naš račun dodaje (pokažem plus) još i dug od 2 kune, tj. -2 .

(pokažem -2). Koje je sad stanje na našem računu?"

Učenici odgovaraju " -5 kuna" i rezultat -5 zapišemo iza znaka "=".

Dakle, u oba zadatka dobili smo ISTO rješenje, pa vrijedi $-3 - 2 = -3 + (-2)$.

Uočimo da je na desnoj strani samo UMETNUT PLUS i time se rezultat NIJE PROMIJENIO.

Zapis na ploči / u bilježnicama:

$$-3 - 2 = -5$$

$$-3 + (-2) = -5$$

Dakle vrijedi:

$$-3 - 2 = -3 + (-2)$$

$$4 - 7 = -3$$

$$4 + (-7) = -3$$

Na isti način kao i maloprije objasnimo da je $4-7=-3$ i $4+(-7)=-3$ i izvedemo zaključak:
 $4-7=4+(-7)$

Dakle vrijedi:

$$4 - 7 = 4 + (-7)$$

Uokvirene jednakosti nam pokazuju:

Kad se između brojeva nalazi minus, ispred tog minusa možemo umetnuti plus, i rezultat se time neće promijeniti. To uvijek vrijedi.

Dakle:

Svako oduzimanje možemo shvatiti i kao zbrajanje.

Npr. $-3 - 2 = -3 + (-2)$

$$7 - 2 = 7 + (-2)$$

$$1 - 9 =$$

Nakon ovog zaključka kažem:

“Pogledajmo prvu uokvirenu jednakost (pokažem je). Na njenoj desnoj strani lijepo vidimo koji se brojevi zbrajaju. Koji?”

“-3 i -2”

“Tako je! Pogledajmo sad lijevu stranu! Da li se -3 i -2 i ovdje vide?”

“Da.”

“Tako je! Samo se ne vidi plus. Dakle, i kad je između brojeva minus, odmah možemo reći koji se brojevi tu zbrajaju. U ovom slučaju, -3 i -2.”

Istu priču ponovimo i u vezi druge jednakosti. Nakon toga uvježbavamo očitati KOJI se brojevi zbrajaju kad se između njih nalazi + ili -.

zadaci	zbrajamo
$2 - 3$	$2 i - 3$
$18 - 4$	$18 i - 4$
$-15 - 19$	$-15 i - 19$
$-4 - 6$...
$-8 + 16$	
$-17 + 9$	
$9 + 5$	
$-6 - 21$	
$9 - 16$	
$18 - 25$	

DZ P - 1

sa papira

1. zadatak

Prve primjere rješava
učitelj, a ostale
učenici.

Olkšavajuća uputa
učenicima:
Trebamo
uočiti/prepisati oba
broja ZAJEDNO SA
NIHOVIM
PREDZNACIMA. Pri
tom plus (kao
predznak) ne treba
govoriti/pisati.

2.) Pored sljedećih izraza napiši da li oni predstavljaju zbrajanje brojeva jednakih ili zbrajanje
brojeva različitih predznaka:

- | | | |
|--------------|------------|---------------|
| a) $18 + 13$ | jednakih | e) $-18 - 2$ |
| b) $-13 - 5$ | jednakih | f) $-40 + 10$ |
| c) $45 - 12$ | različitih | g) $25 + 35$ |
| d) $-60 + 8$ | ... | h) $60 - 20$ |

DZ P - 2

Zbrajanje brojeva jednakih predznaka

Primjeri:

$$\begin{aligned}-3 - 2 &= \\-8 - 9 &= \\6 + 4 &= \\18 + 5 &= \\-8 - 6 &= \end{aligned}$$

Primjere rješavamo na sljedeći način:

Na ploču/u bilježnice napišemo " $-3 - 2 =$ ", uočimo da se tu radi o zbrajanju brojeva jednakih predznaka i pitam učenike što misle, koliko je rješenje. Većina ih zna odgovor -5 , uz obrazloženje: "Temperatura zraka je -3°C i spušta se...".

Na isti način rješimo i ostale primjere. Usput i na brojevnom pravcu komentiramo "što se dešava" u tim primjerima (brojevni pravac je naljepljen na zid iznad ploče).

Nakon rješavanja primjera, kažem:

"Pokušajte sad iz ovih primjera zaključiti i izreći kako bi glasilo pravilo za zbrajanje brojeva jednakih predznaka. To jest:

1. kako dolazimo do predznaka u rezultatu, i
2. kako dolazimo do absolutne vrijednosti rezultata."

Učenici ovo (zaključujući iz primjera) jako lijepo uspiju izreći. Prije zapisivanja pravila, prozovem ih nekoliko (koji se dobrovoljno javi) da ga izreku, a tek nakon toga zapišemo:

Brojeve jednakih predznaka zbrajamo tako da:

1. predznak prepišemo
2. absolutne vrijednosti zbrojimo.

1.) Izračunaj:

$$\begin{aligned}a) -16 - 5 &= \\b) 64 + 10 &= \\c) -11 - 15 &= \\d) -55 - 25 &= \\e) -40 - 52 &= \\f) 30 + 11 &= \\g) -101 - 21 &= \\h) 38 + 4 &= \\i) -2 - 3 - 4 - 7 &= \\j) -6 - 3 - 8 &= \\k) 9 + 8 + 16 &= \\l) -100 - 400 - 20 - 90 &= \end{aligned}$$

U ovim zadacima POSEBNU PAŽNJU treba posvetiti tome da učenici zapamte pravilo po kojem zbrajamo brojeve jednakih predznaka, da ga znaju izreći i primijeniti. Stoga kod SVAKOG zadatka INZISTIRAM da učenik:

1. prokomentira da se ovdje radi o zbrajanju brojeva jednakih predznaka
2. kaže pravilo i usput ga primijeni.

Prvih nekoliko zadataka ja riješim, demonstrirajući ono što od njih očekujem kad dođu pred ploču riješiti zadatak. U početku je to učenicima teško, ali uz učiteljevu pomoć i inzistiranje, urodi plodom. :-)

DZ P - 3

Zbrajanje brojeva različitih predznaka

Primjeri:

$$\begin{aligned}-5 + 4 &= \\ -3 + 9 &= \\ 4 - 9 &= \\ 7 - 3 &= \end{aligned}$$

Rješavanje primjera i izvođenje zaključka o tome kako zbrajamo brojeve različitih predznaka, izvodimo na isti način kao i kod zbrajanja brojeva jednakih predznaka. Međutim, ovdje je učenicima nešto teže uočiti po kojem pravilu dolazimo do predznaka u rezultatu.

Brojeve različitih predznaka zbrajamo tako da:

1. prepišemo predznak od broja veće absolutne vrijednosti
2. od veće absolutne vrijednosti oduzmemo manju

1.) Izračunaj:

$$\begin{aligned}a) -2 + 7 &= \\ b) 6 - 8 &= \\ c) -9 + 4 &= \\ d) 10 - 3 &= \\ e) -2 + 1 &= \\ f) -1 + 2 &= \\ g) 6 - 5 &= \\ h) 15 - 20 &= \end{aligned}$$

I ovdje posebnu pažnju treba posvetiti svemu onome čemu smo i u 1. zadatku u vezi zbrajanja brojeva jednakih predznaka.

DZ P - 4

Na ploču zapišem "Pazi!" (i učenici u bilježnice), zapišemo sve zadatke i prvo od učenika zatražim da ih sami sve riješe, a zatim zajedno komentiramo po kojem smo pravilu riješili kojega, zapišemo rezultate i komentare. Nakon toga i uokvirimo ovaj "Pazi!".

Pazi!

$$\begin{aligned}3 + 5 &= 8 \\ -3 - 5 &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3 - 5 &= -2 \\ -3 + 5 &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5 - 3 &= 2 \\ -5 + 3 &= -2\end{aligned}$$

BROJEVI JEDNAKIH PREDZNAKA

- predznak prepišemo
- ZBROJIMO absolutne vrijednosti

BROJEVI RAZLIČITIH PREDZNAKA

- prepišemo predznak od "većeg"
- ODUZMEMO absolutne vrijednosti

2.) Izračunaj:

a) $-6 + 9 =$
 $-6 - 9 =$
 $6 - 9 =$
 $6 + 9 =$

b) $-8 - 5 =$
 $8 - 5 =$
 $-8 + 5 =$
 $8 + 5 =$

c) $2 - 8 =$
 $-2 + 8 =$
 $2 + 8 =$
 $-2 - 8 =$

DZ P - 5

3.) Izračunaj:

a) $-19 - 16 =$
b) $-38 + 34 =$
c) $20 - 30 =$

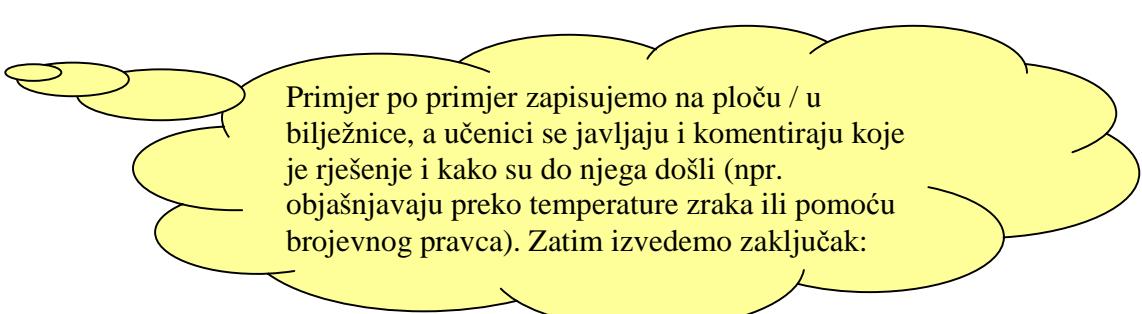
d) $40 + 52 =$
e) $-82 - 75 =$
f) $-729 + 483 =$

g) $-102 + 201 =$
h) $38 + 62 =$
i) $500 - 350 =$

DZ P - 6

Primjeri:

$6 + 0 =$
 $-0 - 9 =$
 $-12 - 0 =$
 $0 - 16 =$
 $-4 + 0 =$



Primjer po primjer zapisujemo na ploču / u bilježnice, a učenici se javljaju i komentiraju koje je rješenje i kako su do njega došli (npr. objašnjavaju preko temperature zraka ili pomoću brojevnog pravca). Zatim izvedemo zaključak:

Zbrajanjem (oduzimanjem) nule i cijelog broja, rezultat je taj isti cijeli broj (zajedno sa njegovim predznakom).

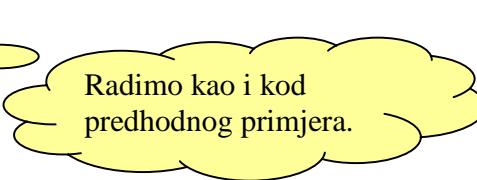
4.) Izračunaj:

a) $-40 - 0 =$
b) $0 - 2 =$
c) $5 - 0 =$
d) $0 - 6 =$

DZ P - 7

Primjeri:

$-6 + 6 =$
 $8 - 8 =$
 $-20 + 20 =$
 $4 - 4 =$



Radimo kao i kod predhodnog primjera.

Zbroj dvaju suprotnih brojeva je 0.

5.) Izračunaj:

a) $35 - 35 =$
b) $-64 + 64 =$
c) $12 - 12 =$
d) $-14 + 14 =$

DZ P - 8

Pazi!

$$-3 + 3 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$



suprotni brojevi

$$-3 - 3 = -6$$

$$3 + 3 = 6$$



brojevi jednakih predznaka

Radimo kao kod
prošlog "Pazi!".

6.) Izračunaj:

a) $-15 - 15 =$

$15 - 15 =$

$-15 + 15 =$

$15 + 15 =$

b) $42 - 42 =$

$-42 - 42 =$

$-42 + 42 =$

$42 + 42 =$

DZ P - 9

7.) Izračunaj:

a) $-49 - 12 =$

b) $-50 + 28 =$

c) $-13 + 0 =$

d) $0 - 28 =$

e) $-17 - 17 =$

f) $-52 + 52 =$

g) $9 - 37 =$

h) $-9 + 60 =$

i) $-18 + 18 =$

j) $-28 - 67 =$

k) $-15 - 15 =$

l) $6 - 0 =$

DZ P - 10

Ponovimo još jednom:

Cijele brojeve zbrajamo tako da:

1. prepišemo predznak od broja veće absolutne vrijednosti
2. ako su predznaci JEDNAKI, absolutne vrijednosti ZBROJIMO;
ako su predznaci RAZLIČITI, absolutne vrijednosti ODUZMEMO.

Zbrajanje više brojeva

1.) Umetni znak = ili \neq :

- a) $7 + 8$ $8 + 7$
- b) $9 - 2$ $-2 + 9$
- c) $-4 - 3$ $-3 - 4$
- d) $-5 + 8$ $8 - 5$

DZ P - 11

Cilj ovih primjera je uočiti da za zbrajanje cijelih brojeva vrijedi komutativnost. Prije prvog primjera kažem: "Kroz sljedeće zadatke provjerit ćemo da li prilikom zbrajanja CIJELIH brojeva pribrojnicima možemo zamijeniti mjesta, odnosno da li će se time zbroj (rezultat) promjeniti." Kad napišem "7+8", upitam njih čemu je to jednako (u skladu s onim što sam maloprije rekla). Oni odgovaraju "8+7". To zapišemo, komentiramo da je oboje jednako 15, brojeve 15 zapišemo ispod "7+8" i "8+7", te upišemo znak " $=$ ".

Nakon ispisivanja "9-2" upitam: "Koje brojeve ovdje zbrajam?" , a nakon odgovora: "9 i -2" pitam i: " Kako će glasiti zadatak ako im zamijenimo mjesta? ". Odgovor je: "-2+9". Navedena potpitana su POTREBNA zbog toga što inače učenici (pogrešno) misle da bismo 9-2 trebali uspoređivati sa 2-9. Izračunamo 9-2 i -2+9, rezultate zapišemo ispod i upišemo i znak " $=$ ". U sljedećim zadacima radimo kao u zadnjem, tj. b.
Asocijativnost ne provjeravamo jer dosad nismo radili sa zagradama.

Zaključak:

Ako pribrojnicima zamijenimo mjesta, rezultat se neće promjeniti.
To znači da je i zbrajanje cijelih brojeva komutativno.

$$a + b = b + a \quad \text{za bilo koja dva cijela broja } a, b$$

Primjer:

$$-3 + 7 - 5 - 4 + 9 - 10 + 2 = -4$$

Zapišemo primjer, a zatim kažem učenicima da sami to pokušaju izračunati i da se javi tko uspije. Ima onih koji i uspiju točno izračunati (računajući po redu). Nakon što to zajednički na glas tako izračunamo, zaključimo da je to dosta teško i zahtijeva dosta koncentracije i pažljivog računanja.

Tada ih upitam: "A kako ćete računati u zadatku: " i na ploči sa strane zapišem: "60 + 230 + 140 + 15 + 70". Mnogi se jave i kažu: "Pa sparit ćemo one brojeve koji si «pašu». " Nakon što tako i riješimo taj zadatak, vratimo se na ovaj primjer: " Pa ajmo i u ovom zadatku «spariti» onako kako će nam biti lakše računati! U prošlom zadatku smo se uvjerili da pribrojnicima (i kad su cijeli brojevi u pitanju) smijemo zamijeniti mesta, a da se zbroj pritom neće promijeniti. Podvucimo sve pozitivne brojeve i zbrojimo prvo njih.". Napravimo to, a onda zbrojimo negativne i izračunamo do kraja.

$$\begin{aligned} -3 + 7 - 5 - 4 + 9 - 10 + 2 &= 18 - 22 \\ &= -4 \end{aligned}$$

Više brojeva zbrajamo tako da:

1. zbrojimo sve pozitivne brojeve
2. zbrojimo sve negativne brojeve
3. izračunamo dobiveno (po pravilu za zbrajanje brojeva različitih predznaka)

2.) Izračunaj:

- a) $14 - 10 + 5 - 9 - 3 + 7 =$
- b) $-4 - 20 - 10 + 2 + 5 + 8 - 1 =$
- c) $8 - 12 - 17 + 1 + 6 - 11 + 20 =$
- d) $7 - 9 - 4 + 3 - 11 + 8 =$
- e) $-7 - 9 - 6 + 51 =$
- f) $4 - 2 - 6 + 8 + 11 - 15 =$
- g) $-2 - 4 - 3 - 9 =$
- h) $5 - 4 - 7 + 2 + 9 =$
- i) $-6 - 4 - 10 - 1 =$

Primjer:

$$59 + 10 - 4 - 20 - 59 + 28 + 10 - 4 =$$

Ovaj primjer ja rješavam, s namjerom da progovorimo o skraćivanju suprotnih brojeva (u ovakvim zadacima).

U vezi tog primjera pitam: "Kakvi su brojevi 59 i -59? " (pokažem ih u zadatku) - "Suprotni. " - "Koliki je njihov zbroj? " - "Nula. " - "A nula ne utječe na zbrajanje ostalih brojeva! Stoga ova dva broja možemo zanemariti, oni se SKRATE. Prekrižimo ih i zanemarimo kod daljnog računanja! "

Nakon što ih prekrižimo, uočimo da $+10$ i $+10$ NISU SUPROTNI i da njih NE MOŽEMO tako skratiti, njih ćemo zbrajati. Isto tako -4 i -4 .

$$\cancel{59} + 10 - 4 - 20 - \cancel{59} + 28 + 10 - 4 = 48 - 28 = 20$$

Suprotne brojeve kratimo!

Pazi!

59 i -59 su suprotni, pa ih kratimo.

10 i 10 nisu suprotni, pa ih ne možemo kratiti.

-4 i -4 nisu suprotni, pa ih ne možemo kratiti.

DZ P - 12

3.) Izračunaj:

- a) $11 - 22 + 35 + 14 - 22 - 35 =$
- b) $-6 + 6 - 2 - 2 + 5 + 5 - 7 - 7 =$
- c) $-6 - 12 - 3 - 35 =$
- d) $-120 + 0 - 135 - 14 + 135 =$
- e) $120 - 43 + 28 - 300 + 250 + 43 - 300 =$
- f) $-15 + 17 + 15 - 3 - 17 + 3 =$

Rad sa zagradama

Do sad smo naučili rješavati zadatke poput $3-5$, $7-2$, $-6-9$, $-8+5$, $-9+16\dots$. Ali nismo naučili kako izračunati npr. $5-(-2)$ (tj. kako od 5 oduzeti -2), $6+(-4)$ (tj. kako broju 6 dodati -4) itd.

Danas ćemo naučiti rješavati i takve zadatke. Zgrade se u njima pojavljuju zbog toga što se jedan za drugim nalaze: minus i minus (prvi označava računsku operaciju, a drugi predznak), plus i minus (plus označava računsku operaciju, a minus predznak), a moguće su i druge kombinacije. Dakle, računska operacija se od predznaka odvaja zagradom.

U ovakvim zadacima cilj će nam biti RIJEŠITI SE ZAGRADE, tj. ovakve zadatke svesti na one bez zagrada kakve poznajemo od prije. Prvo ćemo naučiti rješavati se zgrade ispred koje je znak PLUS:

Na prvom satu (na kojem smo pričali o zbrajanju cijelih brojeva), usporedili smo i razjasnili ovakva dva zadatka: $-5+(-3)$ i $-5-3$ (zapišemo ih). Sjećate li kako smo "objasnili" prvi, a kako drugi? (ponovimo priču o stanju na računu u banci (u vezi prvog zadatka) i o temperaturama zraka (u vezi drugog zadatka))

Koji su rezultati? -8 i -8 - Jesu li jednaki? – Jesu. - Što otuda zaključujemo? – Da su i $-5+(-3)$ i $-5-3$ jednaki izrazi (zapišemo to).

Primjer 1.:

$$-5 + (-3) = -8$$

(Ako smo nekom dužni 5 kuna, pa na to dodamo još i dug od 3 kune, ukupno ćemo biti dužni 8 kuna.)

$$-5 - 3 = -8$$

(Temperatura zraka je -5°C i spušta se za 3°C . Time ona postaje -8°C .)

Iz jednakosti rezultata zaključujemo:

$-5 + (-3) = -5 - 3$

Primjer 2.:

$$\begin{aligned}-2 + (+18) &= 16 \\ -2 + 18 &= 16\end{aligned}$$

Dakle:

$$-2 + (+18) = -2 + 18$$

Pogledajmo uokvirene jednakosti!

Uočimo: u oba slučaja ispred zagrade imamo plus (pokažem ih).

Promotrimo što se desilo s brojevima iz zagrade kad smo ispustili zgradu (na desnoj strani jednakosti)!

Što se desilo s -3 (pokažem onaj -3 na lijevoj strani jednakosti i onaj na desnoj)? – Ništa, ostao je isti. Dakle, samo smo ga prepisali. – Da li isto vrijedi i za $+18$ u drugoj jednakosti? Je li i on samo prepisan? – Je. – Dakle: kako se rješavamo zgrade ako je ispred nje PLUS? – Tako da sadržaj zgrade samo prepišemo. – Da li se pri tom prepisuje i taj plus koji je bio ispred zgrade (promotrimo to u prvoj jednakosti)? – Ne. Plus koji je bio ispred zgrade NE PREPISUJEMO, on nam samo govori što da napravimo s onim što je u zagradi, da to prepišemo.

Iz uokvirenih jednakosti zaključujemo:

Ako je ispred zgrade znak $+$, zgrada se ispušta, a njen sadržaj **prepisuje**. Pri tom se plus koji je bio ispred zgrade, ne prepisuje.

Primjeri:

- a) $-4 + (-7) = -4 - 7 = -11$
- b) $5 + (-9) =$
- c) $-10 + (+18) =$
- d) $-6 + (-2) + (-3) + (+6) =$
 $= \cancel{-}6 - 2 - 3 + \cancel{+}6 =$
 $= -5$

Primjere rješavam ja, objašnjavajući primjenu pravila. Nakon toga zadatke rješavaju učenici.

1.) Riješi se zagrada i izračunaj:

- a) $-4 + (-7) + (-4) + (+6) =$
- b) $7 + (-6) - 4 + (+18) + 5 =$

c) $-9 + (-3) + (+6) + (-3) =$
d) $-7 + (-6) - 1 + (-4) + (-2) =$

A što kad je ispred zagrade MINUS?

Primjer 3.:

$5 - (-3)$ je oduzimanje brojeva 5 i -3

ODUZIMANJE cijelih brojeva je zbrajanje prvog broja sa suprotnim brojem od drugoga.

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8$$

$$-7 - (-9) = -7 + 9 = 2$$

$$4 - (+6) = 4 + (-6) = 4 - 6 = -2$$

kraće: $4 - (+6) = 4 - 6 = -2$

Slično kao i u prošloj raspravi (kad smo promatrali primjere u kojima je ispred zagrade bio PLUS), uočimo da su u ovim primjerima ispred zagrade MINUSI, te uočimo koji je broj u zagradi, a koji nakon znaka jednakosti bez zagrade – to su suprotni brojevi. Dakle, ispuštanjem zagrade ispred koje je bio MINUS, broju iz zagrade se MIJENJA PREDZNAK.

Komentiramo i to da se minus koji je bio ispred zagrade NE PREPISUJE, on nam samo govori što (prilikom ispuštanja zagrade) trebamo napraviti s brojem iz zagrade – promijeniti mu predznak.

Ako je ispred zagrade znak -, zagradu se ispušta, a predznak broja iz zagrade se mijenja (+ u - , a - u +).

Pri tom se minus koji je bio ispred zagrade, ne prepisuje.

A kako zapravo možemo objasniti što se dešava u zadatku $5 - (-3)$?

Da bismo odgovorili na to pitanje, promotrimo prvo zadatak 7-5 (takve poznajemo od 1. razreda).

$$7 - 5 = 2$$

Rezultat 2 predstavlja udaljenost brojeva 5 i 7 na brojevnom pravcu.

$$10 - 9 = 1 ; 1 \text{ predstavlja udaljenost od } 9 \text{ do } 10 \dots$$

Isto tako, $5 - (-3)$ predstavlja udaljenost od -3 do 5 na brojevnom pravcu (demonstriramo to na brojevnom pravcu, uočavajući udaljenost od -3 do 0 (to je 3) i od 0 do 5 (to je 5)). Zbog toga je $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$.

Naravno, zadatak $5 - (-3)$ možemo usporediti i sa zadatkom $5 - 3$, uočavajući da u zadatku $5 - 3$ na brojevnom pravcu krećemo od broja 5 ulijevo za 3, a u zadatku $5 - (-3)$ od 5 na suprotnu stranu nego u prošlom zadatku (jer je -3 suprotan od 3), dakle udesno za 3, pa dođemo na isto kao da smo računali $5 + 3$.

Primjeri:

a) $-7 - (-2) = -7 + 2 = -5$

b) $-8 - (+2) =$

c) $6 - (-10) =$

d) $4 - (+4) =$

e) $6 - (-2) - (+3) - (-6) =$

Primjere rješavam ja, a 2.
zadatak učenici.

2.) Riješi se zagrada i izračunaj:

a) $-4 - (-4) - (-2) - (+2) =$

b) $- (+6) - (+2) - (-12) - (+4) =$

c) $- (+2) - 6 - (+8) - 0 =$

3.) Izračunaj:

a) $-6 + (-2) + (+4) - (-1) - (+3) =$

b) $- (+2) + (-6) - (-3) =$

c) $100 - (-25) - 35 + (-25) - (+35) =$

d) $- (+8) + 45 - (+45) + 0 + (-12) =$

Ovdje su izmiješani zadaci u kojima
ima i + i - ispred zagrade. Prvi bi
bilo dobro da riješi učitelj, a dalje
učenici.

DZ P - 13

4.) Izračunaj:

a) $2 - 4 =$

e) $- 6 + (-9) =$

i) $- 7 - (+6) =$

b) $2 - (-4) =$

f) $- 6 - (-9) =$

j) $- 3 + 29 - 18 - 18 - 29 + 56 =$

DZ P - 14

c) $2 - (+4) =$

g) $- 7 - 6 =$

k) $- 5 + (-9) - (-17) - (+9) =$

d) $- 6 + 9 =$

h) $- 7 - (-6) =$

l) $57 - (+46) + (-57) - 100 + (-46) =$

Zadatke sa zagradama u kojima ima više brojeva (kakvi se nalaze na iduće dvije stranice), školske godine 2003./04. sam na ovom mjestu izostavila. Naime, takve sam zadatke jednostavno uklopila među one zadatke sa zagradama koje radimo nakon što uvježbamo množenje, dijeljenje i zadatke s više računskih operacija. Ta izmjena je prošla bez problema.

Primjeri:

$$\begin{aligned} \text{a) } & + (9 - 3) - 4 + (-5 - 2) + (+5) = \\ & = +6 - 4 + (-7) + 5 = \\ & = +6 - 4 - 7 + 5 = \\ & = \cancel{1} - \cancel{1} = \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 6 - (-2 + 4) + (-3 - 7) = \\ & = 6 - 2 + (-10) = \\ & = 6 - 2 - 10 = \\ & = 6 - 12 = \\ & = -6 \end{aligned}$$

1.) Izračunaj:

$$\begin{aligned} \text{a) } & - (4 - 8) + (- 16) + (- 4 - 2) = \\ \text{b) } & -2 + (5 + 8) - (5 - 8 - 9) = \\ \text{c) } & - (- 9 + 6 - 1) - (+8) = \\ \text{d) } & - (- 9) + (- 7) - (- 7) + (+ 9) = \\ \text{e) } & - (- 5) + (- 6 + 2) + (8 - 2) - (8 - 5) = \\ \text{f) } & - (40 - 17) - 17 + (- 13) + 25 = \end{aligned}$$

DZ iz vježbenice

- () okrugla zagrada
- [] uglati zagrada
- { } vitičasta zagrada

Ako imamo zgrade unutar zagrada, onda je uobičajeno da okrugle budu unutar uglatih, a uglate unutar vitičastih: { [()] }

Prvo se rješavamo okruglih, zatim uglatih i na kraju vitičastih zagrada. Dakle, računamo od unutrašnjih prema vanjskim zagradama.

Npr.
$$\begin{aligned} 7 - \{10 - [1 + (8 - 3)]\} &= \\ &= 7 - \{10 - [1 + 5]\} = \\ &= 7 - \{10 - 6\} = \\ &= 7 - 4 = \\ &= 3 \end{aligned}$$

Primjeri: Izračunaj:

a) $20 - [-4 + (-10 + 8)] =$
 b) $-14 + [+7 - (-6 + 8)] =$
 c) $8 - [6 - (-2 + 3) - 4] =$

1.) Riješi se zagrada i izračunaj:

a) $-6 + [-(7 - 3) - 5] + 7 =$
 b) $-[-6 + (-1 + 5)] - 2 =$
 c) $5 - [2 - (4 + 2) + (-3 - 8)] =$
 d) $-(-8 + 6) + [-7 + (-8 + 7)] - 6 =$
 e) $-[2 - (3 - 2)] + [-(7 - 3) + 1] =$

DZ P - 15

Primjer:

$$- \{3 - [-(4 + 7) - 6]\} + 6 =$$

2.) Izračunaj:

a) $2 + \{-7 - [4 - (-6)] - 1\} =$
 b) $1 - (-7) - \{+[-(3 - 2) + 1]\} =$

DZ iz vježbenice

Mislim da bismo, vezano uz ovo gradivo, trebali s učenicima uvježbati rješavanje i nekih zadataka koji im (provjerila sam) baš i ne idu, iako su zdravorazumski i iako se u njima koriste pravila naučena u ovoj cjelini (koja učenici uglavnom dobro savladaju). Nisam baš razradila ideju, ali ukratko, radi se o zadacima poput ovih koji slijede (pa dalje razradite sami):

1. a) Petar je rođen 3. godine prije Krista. Koje godine će on navršiti 5 godina?
 b) Jesi li a zadatak riješio brojanjem na brojevnom pravcu (vremenskoj lenti) ili postavljanjem i izračunavanjem matematičkog izraza? Riješi ga na oba načina!
 c) Jakov je rođen 38. godine prije Krista. Koje godine će on navršiti 26, a koje 45 godina?
2. Vid je rođen 17. godine prije Krista.
 - a) Koliko godina će on navršiti 9. godine prije Krista?
 - b) Koliko godina će navršiti 22. godine poslije Krista?
 - c) Koje će godine navršiti 33 godine?
 - d) Vid je dobio sina Luku kad je imao 28 godina. Koje godine se rodio Luka?
 - e) Vidov otac Matej od Vida je stariji 32 godine. Koje je godine rođen njegov otac?
 - f) Koliko je godina djed Matej stari od unuka Luke?
3. a) Skakač Veselko stajao je na stijeni 15 metara iznad površine vode. Nakon skoka, zaronio je na dubinu od 6 metara. Koliku je visinsku razliku time prošao?
 b) Skakač Srećko skočio je s visine 16.5 metara i zaronio na dubinu od 7.5 metara. Koliku je visinsku razliku on prošao?
 c) Tko je zaronio dublje, Veselko ili Srećko? Za koliko?
 d) Na mjestu gdje su skakali, voda je dubola 11 metara. Koliko je Veselko bio udaljen od dna prije skoka, a koliko kad je bio na najvećoj dubini? A Srećko?
4. Jedan je neboder imao 30 katova iznad površine zemlje, prizemlje i još 5 katova pod zemljom (njih su nazivali -1. kat, -2. kat itd. do -5. kata).
 - a) Željko se liftom spustio sa 14. kata na -2. Koliko je katova pritom prošao?
 - b) Nakon toga se spustio za još 2 kata. Na kojem je katu tada bio?
 - c) Zatim se podigao za još 27 katova. Na koji je kat tada došao?
 - d) Vladimir je u lift ušao na 14. katu, a zatim se provozao: spustio se za 8 katova, zatim još za 9, pa se podigao za 7, a onda spustio za 5, pa još za 3 i na kraju se podigao za 21 kat. Na kojem katu se tada našao?
5. Nikola je svom prijatelju Marku bio dužan 27 kuna.
 - a) Kad je Nikola za deparac od tate dobio 15 kuna, dao ih je Marku. Da li je nakon toga još ostao dužan? Ako je, za koliko kuna?
 - b) Nakon toga je Nikola od bake dobio 25 kuna. Da li je tada Marku mogao vratiti cijeli dug? Je li mu ostalo što novaca? Ako je, koliko?

6. a) Najviša temperatura zraka na Zemlji izmjerena je u Libiji i iznosi 58°C . Najniža temperatura na Zemlji izmjerena je na Arktiku i ona je za 147°C niža od najviše. Kolika je najniža temperatura zraka izmjerena na Zemlji?
- b) U svemiru (između planeta) temperatura je -270°C . Za koliko je ona niža od najviže temperature na Zemlji?
- c) Temperatura na planetu Veneri iznosi 464°C . Za koliko je ona viša od najviše temperature na Zemlji, a za koliko od temperature svemira?
- d) Jedna strana Mjeseca uvijek je okrenuta Suncu i ona je puno toplija od druge strane Mjeseca (koja je uvijek okrenuta od Sunca). Na osvijetljenoj strani temperatura se penje i preko 100°C , a na tamnoj pada i do -150°C . Kolika je (otprilike) razlika između najviše i najniže temperature? Za koliko je koja strana Mjeseca toplija od svemira?
7. a) Prve Olimpijske igre su (prema predaji) održane u Grčkoj 776. godine prije Krista. Prije koliko je to godina bilo?
- b) 753. godine prije Krista osnovan je Rim, prijestolnica kasnije velikoga Rimskog Carstva. Što se dogodilo prije, prve Olimpijske igre ili osnivanje Rima? Koliko godina dijeli ta dva događaja?
8. a) Velike piramide u Egiptu počele su se graditi prije otprilike 4800 godina. Koje je to godine (otprilike) bilo?
- b) Gradnja velikog Kineskog zida počela je prije otprilike 2200 godina. Kad je to bilo?
- c) Jesu li starije piramide u Egiptu ili Kineski zid? Za koliko godina?
- d) Hiperoglifi (egipatsko pismo) nastalo je oko 900 godina prije nego što su se počele graditi piramide. Kad je to bilo?
9. a) Gospođa Vlatka Trošić u bankama ima otvorena tri računa. Stanje na jednom od njih je $-2\ 273 \text{ kn}$ (minus označava da je toj banci DUŽNA $2\ 273 \text{ kn}$), na drugom – $4\ 886 \text{ kn}$, a na trećem $3\ 150 \text{ kn}$. Kakvo je sveukupno stanje na računima gospođe Trošić, je li u plusu ili minusu i za koliko?
- b) Gospodin Trpimir Trošić ima otvorena četiri računa, a na njima su sljedeća stanja:
 -389 kn , $2\ 360 \text{ kn}$, $5\ 170 \text{ kn}$, -4765 kn . Je li on sveukupno u plusu ili minusu i za koliko?
- c) Kakvo je sveukupno finansijsko stanje obitelji Trošić?

Množenje cijelih brojeva

Množenje cijelih brojeva uvodim i uvježbavam u skladu s udžbeničkom literaturom. Za zadaću zadajem zadatke iz vježbenice. Stoga o tome neću posebno pisati.

Međutim, nakon uvođenja pravila za množenje i njihovog uvježbavanja, slijedi jako važan "Pazi!":

Pazi!

$$-5 - 3 =$$

$$-6 + 9 =$$

$$4 - 7 =$$

$$0 - 3 =$$

$$-8 + 8 =$$

$$-5 \cdot (-3) =$$

$$-6 \cdot 9 =$$

$$4 \cdot (-7) =$$

$$0 \cdot (-3) =$$

$$-8 \cdot 8 =$$

Prva dva zadatka zapišem na ploču i upitam učenike kako se oni rješavaju. Učenici komentiraju, te zapišemo rješenja i idemo na sljedeća dva...

Nakon ovog "Pazi!" učenici idu pred ploču i rješavaju sljedeće zadatke:

1.) Izračunaj:

a) $4 - 5 =$

d) $-4 + 0 =$

$4 \cdot (-5) =$

$-4 \cdot 0 =$

b) $-12 - 5 =$

e) $-9 - 9 =$

$-12 \cdot (-5) =$

$-9 \cdot (-9) =$

c) $-3 + 8 =$

f) $-6 + 6 =$

$-3 \cdot (-8) =$

$-6 \cdot 6 =$

DZ P - 16

2.) Izračunaj:

a) $-9 - 6 =$

e) $-9 \cdot 0 =$

i) $-23 + 8 =$

b) $-4 \cdot 8 =$

f) $14 - 21 =$

j) $14 - 14 =$

DZ P - 17

c) $7 \cdot (-7) =$

g) $15 - 2 =$

k) $16 \cdot (-1) =$

d) $0 - 15 =$

h) $-6 \cdot (-9) =$

l) $16 - 1 =$

Množenje više faktora

Nakon uvodnih primjera (u kojima zaključimo da paran broj minusa daje +, a neparan broj minusa daje -) i uvježbavanja, opet slijedi "Pazi!":

Pazi!

$$\begin{aligned}-4 + 5 - 2 + 3 - 1 = \\ -4 \cdot 5 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-1) =\end{aligned}$$

1.) Izračunaj:

a) $-7 + 4 - 5 =$

$-7 \cdot 4 \cdot (-5) =$

b) $-3 - 6 - 2 =$

$-3 \cdot (-6) \cdot (-2) =$

c) $7 + 10 - 7 - 1 =$

$7 \cdot 10 \cdot (-7) \cdot (-1) =$

d) $0 - 6 - 8 =$

$0 \cdot (-6) \cdot (-8) =$

DZ P - 18

Dijeljenje cijelih brojeva

Dijeljenje obrađujem u skladu s udžbeničkom literaturom.
Ovdje je dobro podsjetiti se i da je $0 : a = 0$ i da $a : 0$ nema rješenja.

Nakon što usvojimo dijeljenje, slijede mješoviti zadaci:

DZ P - 19

1.) Izračunaj:

a) $-36 : (-9) =$

b) $-36 - 9 =$

c) $-8 \cdot 8 =$

d) $19 - 19 =$

e) $72 : (-8) =$

f) $-4 + 28 =$

g) $0 : (-7) =$

h) $-14 : 0 =$

i) $-50 + 23 =$

j) $-7 \cdot 9 =$

k) $-36 - 9 =$

l) $-7 \cdot (-8) = \dots$

DZ P - 20

Prvo zapišemo sva četiri zadatka, pričekam da ih učenici riješe, a zatim komentiramo, riješimo ih zajedno, zapišemo komentare i uokvirimo.

Podsjetimo se:

$$9 + (-4) = 9 - 4 = 5$$

$$27 - (-3) = 27 + 3 = 30$$



Ako je ispred zagrade
PLUS ili MINUS,
PRVO SE RIJEŠIMO ZAGRADE,
a tek onda izračunamo
(po pravilima za ZBRAJANJE).

$$9 \cdot (-4) = -36$$

$$-27 : (-3) = 9$$



Ako je ispred zagrade
PUTA ili PODIJELJENO,
ODMAH računamo, primjenjujući
pravila za množenje i dijeljenje.

2.) Izračunaj:

a) $-18 - (-9) =$

b) $-18 : (-9) =$

c) $8 \cdot (-6) =$

d) $42 - 70 =$

e) $-55 + (-16) =$

f) $-19 + (+19) =$

g) $0 - (-7) =$

h) $42 : (-6) =$

i) $-9 \cdot (-8) =$

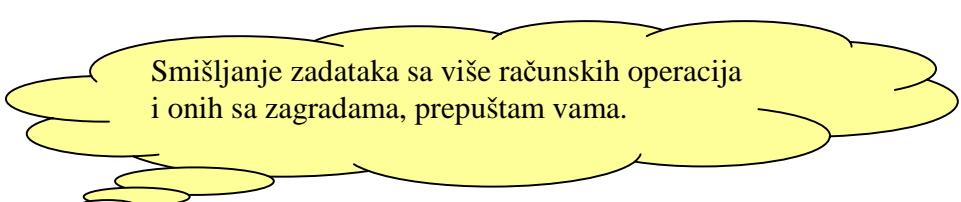
j) $-73 + (-9) =$

k) $-36 + 29 =$

DZ P - 21

3.) Prosječna tjedna temperatura računa se tako da zbrojimo temperature izmjerene od ponedjeljka do nedjelje i podijelimo s brojem dana, tj. sa 7. Izračunaj prosječne tjedne temperature za sljedeće tjedne:

	PON (°C)	UT (°C)	SRI (°C)	ČET (°C)	PET (°C)	SUB (°C)	NED (°C)	prosječna tjedna temperatura
1. tjedan	10	11	11	11	5	5	3	
2. tjedan	0	3	2	4	7	4	3	
3. tjedan	-1	2	0	-2	-3	1	-4	
4. tjedan	-6	-5	-4	1	2	-3	1	
5. tjedan	-3	-1	1	0	2	1	0	
6. tjedan	-3	-7	-10	-11	-6	-8	-9	
7. tjedan	-11	-15	-13	-13	-13	-11	-6	
8. tjedan	-3	-2	0	2	1	-1	-3	
9. tjedan	-4	-4	-4	-4	-2	-2	-2	



Smišljanje zadataka sa više računskih operacija
i onih sa zagradama, prepuštam vama.

Zadaci za domaću zadaću



Zadaci
za DZ

1.) Napiši koje brojeve zbrajamo u sljedećim zadacima (možeš i u obliku tablice):

a) $5 - 7$	c) $-6 + 8$	e) $-3 - 2$
b) $-9 - 14$	d) $9 + 4$	f) $4 - 10$

2.) Prepiši sljedeće izraze i napiši da li oni predstavljaju zbrajanje brojeva jednakih ili zbrajanje brojeva različitih predznaka:

a) $-90 - 17$	c) $+4 - 30$	e) $4 + 3$
b) $26 - 85$	d) $-5 + 10$	f) $-9 - 18$

3.) Izračunaj:

a) $-9 - 7 =$	d) $27 + 38 =$	g) $-5 - 5 - 6 - 9 - 12 =$
b) $16 + 8 =$	e) $-25 - 13 - 9 =$	h) $42 + 18 + 100 + 200 =$
c) $-11 - 18 =$	f) $62 + 50 + 70 =$	

4.) Izračunaj:

a) $-15 + 7 =$	c) $15 - 18 =$	e) $-18 + 15 =$	g) $20 - 17 =$
b) $-40 + 90 =$	d) $-15 + 18 =$	f) $4 - 10 =$	h) $8 - 21 =$

5.) Izračunaj:

a) $10 - 13 =$	b) $-14 - 10 =$	c) $-100 + 650 =$
$10 + 13 =$	$14 - 10 =$	$100 - 650 =$
$-10 - 13 =$	$-14 + 10 =$	$-100 - 650 =$
$-10 + 13 =$	$14 + 10 =$	$100 + 650 =$

6.) Izračunaj:

a) $-12 - 35 =$	d) $-43 + 25 =$	g) $-47 - 62 =$	j) $-32 + 61 =$
b) $48 - 51 =$	e) $25 + 38 =$	h) $50 - 70 =$	k) $-150 + 140 =$
c) $-17 + 27 =$	f) $-100 + 11 =$	i) $80 - 21 =$	l) $-170 - 160 =$

7.) Izračunaj:

a) $0 - 9 =$	c) $14 - 0 =$	e) $6 - 0 =$	g) $0 + 9 =$
b) $-0 - 5 =$	d) $-6 + 0 =$	f) $-72 - 0 =$	h) $0 - 17 =$

8.) Izračunaj:

a) $25 - 25 =$	c) $72 - 72 =$	e) $1 - 1 =$
b) $-63 + 63 =$	d) $-90 + 90 =$	f) $-2 + 2 =$

9.) Izračunaj:

a) $27 + 27 =$	b) $-5 + 5 =$
$-27 + 27 =$	$-5 - 5 =$
$-27 - 27 =$	$5 - 5 =$
$27 - 27 =$	$5 + 5 =$

10.) Izračunaj:

a) $-14 + 28 =$

b) $-30 + 11 =$

c) $22 - 41 =$

d) $-15 - 67 =$

e) $0 - 35 =$

f) $-0 - 14 =$

g) $28 - 0 =$

h) $-36 + 36 =$

i) $-29 - 29 =$

11.) Umetni znak = ili \neq :

a) $-7 + 2 \quad 2 - 7$

b) $-4 - 9 \quad -9 - 4$

c) $3 - 8$

d) $18 - 18$

- 8 + 3

- 18 + 18

e) $-9 - 6$

f) $0 - 12$

- 6 - 9

- 12 + 0

12.) Izračunaj:

a) $-9 - 19 - 4 - 28 + 6 + 9 + 28 =$

b) $4 - 7 + 4 + 7 - 19 - 30 - 19 =$

c) $-2 - 5 + 2 - 7 =$

d) $7 - 9 + 6 - 6 + 2 =$

e) $-1 - 2 - 3 - 4 - 5 =$

f) $35 - 19 - 19 + 72 + 35 - 72 =$

13.) Izračunaj:

a) $15 - (+20) =$

b) $60 + (-40) =$

c) $-38 - (-52) =$

d) $-15 + (+60) =$

e) $40 - (-20) - (+30) - 20 + (-70) =$

f) $-(-200) - 0 + (-50) - (+40) =$

14.) Izračunaj:

a) $-16 - (-43) =$

b) $-28 - 59 =$

c) $42 - 59 - (-23) =$

d) $100 + (-217) =$

e) $-72 + 101 =$

f) $-(-9) + (-54) =$

g) $25 - 835 =$

h) $-68 - (-59) =$

i) $-28 - (+28) - (-28) + (-28) + (+28) =$

j) $-55 + 44 - 33 + 22 - 11 + 1 =$

k) $14 + (-22) - (-14) + 6 - (+22) =$

l) $100 - 200 + 300 - (-400) + (-500) =$

15.) Izračunaj:

a) $-[-7 + (-3 + 9)] =$

b) $9 + [-7 - (14 - 7)] =$

c) $-3 - [-12 - (4 - 3)] =$

d) $-3 + [-(2 - 6) - 3 + (-4 + 2)] =$

e) $-[-(-2 + 1) - 1] - [6 + (-5 - 1)] =$

f) $-8 - [4 + (7 - 10)] - (4 - 2) =$

16.) Izračunaj:

a) $-3 - 10 =$

- $3 \cdot (-10) =$

b) $6 - 7 =$

6 $\cdot (-7) =$

c) $0 - 5 =$

0 $\cdot (-5) =$

d) $-9 + 9 =$

- $9 \cdot 9 =$

17.) Izračunaj:

a) $-4 \cdot 9 =$

b) $-5 + 15 =$

c) $-7 - 3 =$

d) $6 \cdot (-7) =$

e) $0 - 21 =$

f) $-8 \cdot (-7) =$

g) $13 - 22 =$

h) $-6 \cdot 6 =$

i) $-6 + 6 =$

j) $-9 \cdot 6 =$

k) $-32 - 48 =$

l) $-12 \cdot 0 =$

m) $-15 - 15 =$

n) $7 \cdot (-7) =$

o) $-4 \cdot (-7) =$

p) $-90 + 42 =$

18.) Izračunaj:

a) $-4 - 3 - 3 =$
- $4 \cdot (-3) \cdot (-3) =$

c) $-9 + 7 - 1 =$
- $9 \cdot 7 \cdot (-1) =$

e) $-3 \cdot 3 \cdot (-3) \cdot 3 =$
- $3 + 3 - 3 + 3 =$

b) $5 \cdot (-2) \cdot 5 =$
5 - 2 + 5 =

d) $-14 - 0 + 2 =$
- $14 \cdot 0 \cdot 2 =$

f) $-6 - 2 - 1 =$
- $6 \cdot (-2) \cdot (-1) =$



19.) Izračunaj:

a) $0 \cdot (-4) =$

-4 · 0 =

b) $2 : 0 =$

$0 : 2 =$

c) $0 : (-5) =$

$0 \cdot (-5) =$

d) $-12 \cdot 0 =$

$-12 : 0 =$

20.) Izračunaj:

a) $-6 \cdot (-4) =$

f) $-7 \cdot 9 =$

k) $6 \cdot (-7) =$

p) $-19 - 19 =$

b) $-6 - 4 =$

g) $0 - 12 =$

l) $-13 + 13 =$

r) $-26 - 37 =$

c) $32 : (-8) =$

h) $-4 \cdot 0 =$

m) $-8 \cdot 8 =$

s) $-7 \cdot (-8) =$

d) $-16 : 0 =$

i) $-15 + 39 =$

n) $42 : (-42) =$

t) $64 - 80 =$

e) $13 - 20 =$

j) $-48 : (-6) =$

o) $42 - 42 =$

u) $+72 : (-9) =$

21.) Izračunaj:

a) $-60 - (-42) =$

f) $130 + (-72) =$

k) $-54 : (-6) =$

p) $68 - (-68) =$

b) $-60 + (-42) =$

g) $-6 \cdot (-4) =$

l) $101 + (-21) =$

r) $-68 + (-68) =$

c) $-60 + 42 =$

h) $0 : (-12) =$

m) $-13 + (+13) =$

s) $-23 \cdot (-4) =$

d) $48 : (-8) =$

i) $-14 : 0 =$

n) $-8 \cdot (+5) =$

t) $65 - 101 =$

e) $-15 \cdot 0 =$

j) $-15 - (+39) =$

o) $68 : (-68) =$

u) $-63 : (+9) =$

22.) Izračunaj:

a) $-(4 - 10) \cdot 5 - 6 \cdot (-2 - 3) =$

c) $-3 - (20 - 31) \cdot (-7) =$

b) $-(9 - 16) - 3 \cdot (15 - 6) =$

d) $-9 + (7 - 11) \cdot (-3) - (-2 + 8) \cdot 4 =$

23.) Izračunaj:

a) $(-56 - 6 \cdot (-8)) \cdot (-7) =$

d) $-6 + (10 - 2 \cdot 2) \cdot 7 =$

b) $(-3 \cdot 10 - 7 \cdot (-3)) \cdot (-2 \cdot 3) =$

e) $-6 \cdot (-30 + 22) - (2 \cdot 2) \cdot (10 - (-1) \cdot (-1)) =$

=

c) $7 \cdot (-3 \cdot 6 - (-9)) =$

24.) Izračunaj:

a) $-16 - (-64 + 127) : (-9) =$

b) $-72 : (-16 : 2) - (-30 + 6) : (-8) =$

c) $31 - (31 - 27) \cdot (54 : (-6)) =$

d) $-12 - 4 \cdot (100 : 20 - 48 : (-8)) =$

e) $-(-7 \cdot 6 - 9 \cdot 5) : (-87) - (-1) =$

f) $-1 \cdot (-6 \cdot 0 - 12 - 0 : 3) =$

Zadaci za uvježbavanje

25.) Izračunaj:

a) $-7 + 15 =$	d) $0 - 16 =$	g) $-18 - 16 =$	j) $42 - 25 =$
b) $-6 - 9 =$	e) $19 - 0 =$	h) $-18 + 16 =$	k) $-18 - 18 =$
c) $-8 - 8 =$	f) $-4 + 4 =$	i) $13 - 19 =$	l) $-52 + 0 =$

26.) Izračunaj:

a) $-8 + 10 =$	f) $-6 + 6 =$	k) $0 - 90 =$	p) $-19 - 19 =$
b) $-16 - 15 =$	g) $9 + 9 =$	l) $-78 - 159 =$	r) $62 - 0 =$
c) $9 - 20 =$	h) $-15 + 25 =$	m) $-1000 + 493 =$	s) $-400 + 900 =$
d) $6 - 0 =$	i) $-25 + 15 =$	n) $78 - 238 =$	t) $-900 - 400 =$
e) $-15 + 13 =$	j) $-15 + 25 =$	o) $-16 + 16 =$	u) $-1000 - 1000 =$

27.) Izračunaj:

a) $-4 + 19 =$	c) $32 - 40 =$	e) $73 - 0 =$
b) $-16 - 7 =$	d) $-18 + 18 =$	f) $-50 + 39 =$

28.) Izračunaj:

a) $-30 + 50 - 30 + 70 =$	d) $-14 + 7 + 7 =$
b) $42 - 32 - 52 + 32 =$	e) $-5 - 6 - 6 + 5 =$
c) $-12 - 15 - 17 =$	f) $-7 + 9 + 7 - 9 =$

29.) Izračunaj:

a) $-6 \cdot 8 =$	c) $-9 \cdot (-7) =$	e) $-7 \cdot 7 =$
b) $-4 \cdot 0 =$	d) $8 \cdot (-9) =$	f) $-6 \cdot (-6) =$

30.) Izračunaj:

a) $-4 \cdot 3 \cdot (-1) \cdot (-3) =$	b) $2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 2 \cdot (-1) =$
---	--

31.) Izračunaj:

a) $-5 - 4 + 8 - 5 - 11 + 4 =$	c) $-7 - 8 - 5 =$
b) $-9 \cdot (-4) \cdot 2 \cdot (-1) =$	d) $-3 \cdot (-3) \cdot (-7) \cdot (-10) =$

32.) Izračunaj:

a) $-56 : (-7) =$	c) $-32 : (-8) =$	e) $63 : (-9) =$	g) $-12 : 0 =$
b) $42 : (-6) =$	d) $72 : (-9) =$	f) $-54 : (-6) =$	h) $0 : (-8) =$

33.) Izračunaj:

a) $65 - 78 =$	f) $40 : (-8) =$	k) $20 - 20 =$	p) $-38 - 0 =$
b) $92 + (-55) =$	g) $0 \cdot (-6) =$	l) $20 \cdot (-20) =$	r) $-6 \cdot 8 =$
c) $-35 - (+88) =$	h) $-27 - 27 =$	m) $-24 : (-8) =$	s) $-51 - (-38) =$
d) $-7 \cdot (-4) =$	i) $-7 \cdot 7 =$	n) $-120 - 390 =$	t) $-33 + (+50) =$
e) $-80 : (-20) =$	j) $-24 : 6 =$	o) $8 \cdot (-7) =$	u) $-56 : (-7) =$

Zadaci za ponavljanje (prije ispita znanja)

34.) Dopuni:

a) $|-17| =$

c) $|0| =$

e) $|-100| =$

g) $|-3| =$

b) $|25| =$

d) $|-16| =$

f) $|19| =$

h) $|-8| =$

35.) Umetni znak $<$, $>$ ili $=$:

a) $9 \quad 17$

d) $-100 \quad -83$

g) $-160 \quad 12$

j) $0 \quad 8$

b) $80 \quad 79$

e) $-19 \quad 13$

h) $0 \quad -6$

k) $-52 \quad -41$

c) $-16 \quad -30$

f) $50 \quad -7$

i) $-14 \quad -19$

l) $-7 \quad 9$

36.) Navedi sve cijele brojeve za koje vrijedi:

a) $-3 < a \leq 1$

c) $-1 < a < 5$

e) $-2 < a \leq 1$

b) $-7 \leq a < -2$

d) $-76 \leq b \leq -73$

f) $-104 \leq a < -98$

37.) Izračunaj:

a) $-18 - 9 =$

e) $25 - 19 =$

i) $-0 - 6 =$

m) $-14 - 14 =$

b) $-22 + 14 =$

f) $-16 - 17 =$

j) $-9 + 0 =$

n) $26 + 26 =$

c) $-13 + 35 =$

g) $0 - 90 =$

k) $-10 + 10 =$

o) $-18 - 4 =$

d) $12 - 18 =$

h) $7 - 0 =$

l) $17 - 17 =$

p) $-60 + 23 =$

38.) Izračunaj:

a) $-13 + 31 =$

e) $6 - 9 =$

i) $-12 - 15 =$

m) $-29 - 29 =$

b) $-9 + 9 =$

f) $0 - 3 =$

j) $32 - 48 =$

n) $3 - 50 =$

c) $16 - 0 =$

g) $-15 + 23 =$

k) $-15 - 16 =$

o) $-14 + 6 =$

d) $-18 - 18 =$

h) $-70 + 41 =$

l) $81 - 51 =$

p) $-19 + 32 =$

39.) Izračunaj:

a) $-3 + (-2) =$

d) $-7 - (+3) =$

g) $7 - (-8) =$

j) $-7 - (-2) =$

b) $7 + (-6) =$

e) $-15 - 6 =$

h) $5 + (-2) =$

k) $-2 - (-7) =$

c) $-9 - (-8) =$

f) $+(-3) - (-2) =$

i) $-18 + (-15) =$

l) $-8 + (-6) =$

40.) Izračunaj:

a) $6 \cdot (-8) =$

d) $6 \cdot (-12) =$

g) $-8 \cdot 0 =$

j) $9 \cdot (-6) =$

b) $-4 \cdot 9 =$

e) $0 \cdot (-7) =$

h) $-9 \cdot 7 =$

k) $-7 \cdot 8 =$

c) $-10 \cdot (-20) =$

f) $0 \cdot 5 =$

i) $-7 \cdot (-6) =$

l) $-4 \cdot (-7) =$

41.) Izračunaj:

a) $30 : (-6) =$

d) $-425 : (-1) =$

g) $72 : (-8) =$

j) $-17 : 0 =$

b) $-48 : 8 =$

e) $0 : (-12) =$

h) $-24 : (-3) =$

k) $-2500 : (-10) =$

c) $-36 : (-9) =$

f) $-35 : 0 =$

i) $-36 : 4 =$

l) $362 : (-2) =$

42.) Izračunaj:

a) $-7 - 8 =$	f) $-16 + 22 =$	k) $-17 - 0 =$	p) $14 - 30 =$
b) $-7 + (-8) =$	g) $-6 \cdot 9 =$	l) $-35 : (-7) =$	r) $+16 - (+7) =$
c) $-7 - (-8) =$	h) $63 : (-9) =$	m) $-35 - 7 =$	s) $7 \cdot (-7) =$
d) $-7 \cdot (-8) =$	i) $-18 - 16 =$	n) $-35 - (-7) =$	t) $-64 : (-64) =$
e) $-28 : (-7) =$	j) $0 : (-9) =$	o) $-9 \cdot (-5) =$	u) $-14 : 0 =$

43.) Izračunaj:

a) $16 - 27 - 13 + 15 - 9 =$	c) $-59 + 63 - 59 - 14 - 63 =$
b) $-17 + 25 + 14 - 25 - 16 + 34 =$	d) $14 + 27 - 36 - 27 + 14 + 36 - 28 =$

44.) Izračunaj:

a) $-3 + (-9) - (-7) - 4 - (+9) - (-6) =$	c) $-(-8) - (+6) - 9 + (-7) + (+6) =$
b) $6 + (+9) - (-7) - (+9) + (-4) =$	d) $6 - (-7) - (+5) + (-7) - 6 =$

45.) Izračunaj:

a) $3 \cdot 7 \cdot (-2) \cdot (-5) =$	d) $7 \cdot (-3) \cdot 2 =$
b) $-5 \cdot 6 \cdot (-3) \cdot (-2) =$	e) $-9 \cdot (-1) \cdot 9 =$
c) $-12 \cdot 6 \cdot (-5) \cdot 0 \cdot (-1) =$	f) $-4 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-1) =$

46.) Izračunaj:

a) $-3 - 9 - 2 =$	d) $-8 \cdot (-4) \cdot 2 \cdot 1 =$	g) $-2 + 2 + 2 - 2 =$
b) $-3 \cdot (-9) \cdot (-2) =$	e) $-8 - (-4) + 2 - 1 =$	h) $-2 - (+2) + (-2) - (-2) =$
c) $-3 + (-9) - (-2) =$	f) $-8 - 4 + 2 + 1 =$	i) $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (-2) =$

47.) Izračunaj:

a) $-16 + 5 \cdot (-9) =$	e) $-25 : 5 + (-13) - 4 \cdot (-8) =$
b) $-23 - 4 \cdot (-7) =$	f) $100 - (-25) \cdot (-3) - 35 - 50 : (-2) =$
c) $-60 : 10 - 12 - 3 \cdot (-8) =$	g) $-(-14) - (-7) \cdot (-6) - (+9) - 54 : (-6) =$
d) $89 - (-2) \cdot (-49) =$	h) $-100 - 50 \cdot (-2) - 14 \cdot 0 + 7 \cdot 8 =$

48.) Izračunaj:

a) $-6 \cdot (2 - 7) - (-9 - 7) : (-4) =$	d) $-12 \cdot (60 : 20) =$
b) $-(-8) + (-120 + 80) : 5 =$	e) $325 + (200 - 140) - (-250 + 325) =$
c) $12 - (-7 + 5) + (-9 - 4) - (6 - 3) =$	f) $[25 - (+30)] : [10 : (-2)] =$

49.) Izračunaj:

a) $2 + \{ 3 - [7 - (-3 + 4)] \} =$	d) $[-3 \cdot 8 + (-4)] : [-1 + 2 \cdot (-3)] =$
b) $-[70 - (-20 + 15) - 3] : (-9) =$	e) $[-7 \cdot (-9) - (-1)] : [48 : (-6)] =$
c) $-(+6) - 3 \cdot [-9 - 27 : (-9)] =$	f) $-6 + [-3 - 2 \cdot (4 - 3 \cdot 2)] \cdot (-3) =$

50.) Riješi jednadžbe:

a) $6x - 9 = 4 + 5x$	e) $8 + (-x - 3) = 2x - 1$
b) $2y + 5 = 6y - 3$	f) $7x = 5 - (3x - 5)$
c) $-3 - 4x - x = x + 27$	g) $6 + 3 \cdot (2x - 4) = -6 + x$
d) $4a - 8 = -6 + 5a$	h) $2x - 4 = 5 - 3 \cdot (3 - 2x)$