

Algebarski izrazi u 8. razredu

(u cjelini "Kvadriranje, korjenovanje i potenciranje")

S "ozbiljnijim" sređivanjem algebarskih izraza počinjemo se baviti u 8. razredu. Koliko sistematično i metodično, ovisi o udžbeniku po kojem učitelj radi, ali naravno, i o samom učitelju... A učenicima nejasnih detalja ima mali milijun...

Zbog zadnjeg spomenutog, jako je važno ne zaboraviti neke osnovne tipove zadataka vezane uz to, a pogotovo one na koje nas upozoravaju profesori matematike iz srednjih škola i rezultati testiranja koja pokazuju da se masovno griješi na nekim osnovnim stvarima.

Ovaj dokument napisala sam s namjerom da pokušam "staviti na hrpu" koje bismo to sve tipove zadataka u vezi osnovnih stvari o algebarskim izrazima trebali napraviti. Zapravo ću opisati kako ja to radim sa svojim osmašima, a naravno da to nije jedini mogući način. No, potreba za pričanjem o ovoj temi postoji, jer metodika u nekim našim udžbenicima vezano uz algebarske izraze, škripi.

Naravno, nije nužno odraditi baš sve zadatke navedene u ovom dokumentu. Nastavnik će se, ovisno o razumijevanju gradiva, zadržati na nekom detalju ili ubrzati tj. po potrebi preskočiti neke zadatke...

Antonija Horvatek

Matematika na dlanu

<http://www.antonija-horvatek.from.hr/>

Uobičajeno je (u većini naših udžbenika) da u 8. razredu na algebarske izraze krenemo unutar cjeline "Kvadriranje i korjenovanje". Međutim, na mojim satovima, prvi susret s tom temom učenici imaju neposredno nakon ponavljanja gradiva prošlih školskih godina, a prije kretanja na navedenu cjelinu. Tada rješavamo donje zadatke.

Algebarski izrazi

Brojevni izraz sastoji se od brojeva, simbola računskih operacija i (eventualno) zagrada .

Npr. brojevni izrazi su:

$$8 - 5, \quad 6/11 - 0.3 \cdot 2, \quad 5 - (9 - 12) \dots$$

Algebarski izraz, osim brojeva, simbola računskih operacija i (eventualno) zagrada, sadrži i slova, a ona zamjenjuju/predstavljaju brojeve.

Npr. algebarski izrazi su:

$$a + b, \quad 3x - 2y + a, \quad 5/6 - (2n - 7) \dots$$

1.) Napiši što predstavljaju sljedeći izrazi:

- | | | |
|----|-------------------------|-----------------------|
| a) | $a + b$ | zbroj (dvaju brojeva) |
| b) | $a - b$ | razliku |
| c) | $a \cdot b$ | umnožak |
| d) | $a : b$ ili a/b | količnik |
| e) | $x - y$ | razliku |
| f) | k/m | količnik |
| g) | $a \cdot b + c \cdot d$ | zbroj dvaju umnožaka |
| h) | $xy + z/v$ | ... |
| i) | $x/3 - 2a$ | ... |
| j) | $(a + b) \cdot (c - d)$ | ... |
| k) | $(a - b) : (x \cdot y)$ | ... |
| l) | $(a + 2) : (7n)$ | ... |
| m) | a^2 | kvadrat broja a |
| n) | b^2 | kvadrat broja b |
| o) | $(a + b)^2$ | kvadrat zbroja |
| p) | $(a - b)^2$ | ... |
| q) | $a^2 + b^2$ | zbroj kvadrata |
| r) | $x^2 : y^2$ | ... |
| s) | $a^2 - b^2$ | ... |
| t) | $c^2 + 4x$ | ... |

Iako kvadriranje u 8. razredu još nismo počeli raditi, učenici osnovno o kvadriranju znaju iz 7. razreda, jer su tamo naučili formulu za površinu kruga $P = r^2 \pi$. Stoga ovdje nije problem dotaknuti se i navedenih tipova zadataka.

DZ P - 1

Oznaka "P - 1" kazuje nam da vezano uz zadatak uz koji se ona nalazi (a to je ovdje 1. zadatak), za zadaću treba zadati zadatak broj 1 sa papira, tj. sa stranica koje se nalaze na kraju ovog dokumenta. Te stranice treba isprintati, iskopirati (u onoliko primjeraka koliko učenika imate) i podijeliti učenicima, te s njega zadavati DZ (ako takvih zadataka u "svom" udžbeniku nemate).

Sređivanje algebarskih izraza

1.) Riješi se zagrade i sredi:

a) $(-2x + 3y) - (5x + y) - (-3x - 4y) =$
 $= -2x + 3y - 5x - y + 3x + 4y =$
 $= -4x + 6y$

b) $(2x - 7y + 2y) - (5x - 3y + 7z) - (9x - 4y - 4z) =$
 $= 2x - 7y + 2y - 5x + 3y - 7z + 9x + 4y + 4z =$
 $= 6x - z$

c) $-(5ab + 7a - 8b) + (-2ab - 3a + 4b) - (-2ab + 3a + 4b) =$
 $= -5ab - 7a + 8b - 2ab - 3a + 4b + 2ab - 3a - 4b =$
 $= -5ab - 13a + 8b$

Uz neke sam zadatke ukucala i postupke, jednostavno zato što se u nekima od njih tek u postupcima uočavaju neki 'problematični detalji' koji se na početku zadatka ne uočavaju, a važno je proći ih sa učenicima.

DZ P - 2

2.) Pomnoži i sredi:

a) $2 \cdot (a - 3) = 2a - 6$

b) $(x + 3) \cdot y = xy + 3y$

c) $(b - 7) \cdot a = ab - 7a$

d) $c \cdot (a - 2b + 4) = ac - 2bc + 4c$

e) $a \cdot (b - 8) - b \cdot (5 - a) =$
 $= ab - 8a - 5b + ab =$
 $= 2ab - 8a - 5b$

f) $(y + 9) \cdot x - y \cdot (x - 7) =$
 $= xy + 9x - xy + 7y =$
 $= 9x + 7y$

"ab-ovi" se zbrajaju sa "ab-ovima", ne mogu sa "a-ovima"...
 -3a i -3a se **ne** mogu kratiti...

b · a je *ba*, ali isto tako i *ab*!

Uobičajeno je poredati slova po abecedi (dakle, *ab*), a to će nam biti važno u zadacima u kojima kasnije još treba zbrojiti sve '*ab*-ove' (kao što smo zbrajali u 1.c zadatku). Ako na jednom mjestu napišemo *ab*, a na drugom *ba*, teško ćemo uočiti da se oni mogu dalje zbrojiti. Kad množimo broj i slovo (ili slovo i broj, svejedno u kojem redosljedu), **uvijek prvo pišemo broj pa onda slovo**. Npr. $7 \cdot a = 7a$, a isto tako i $a \cdot 7 = 7a$.

DZ P - 3

Pazi na predznake!!! Sa drugom zagradom se množi **-b**, a ne **b**!!!

3.) Riješi se zagrada i sredi:

a) $-(2 + b) \cdot a = -(2a + ab) = -2a - ab$

b) $14 - (2 - 3a) \cdot 7 =$
 $= 14 - (14 - 21a) =$
 $= 14 - 14 + 21a =$
 $= 21a$

c) $(4 - 3a) \cdot x - (7 - 2x) \cdot a =$
 $= 4x - 3ax - (7a - 2ax) =$
 $= 4x - 3ax - 7a + 2ax =$
 $= -ax + 4x - 7a$

U ovom zadatku imamo i minus ispred zagrade i množenje nakon zagrade. Postupak:
 1. prepisemo minus (koji je ispred zagrade), otvorimo zagradu i u nju zapisujemo ono što dobivamo kad svakog iz zagrade pomnožimo s izrazom iza zagrade (sa *a*).
 2. nakon toga ćemo se riješiti zagrade, tj. minus će svima promijeniti predznake.

Dakle, prvo izvršimo množenje, a nakon toga promjenu predznaka. Pri množenju (tj. pri prvom koraku) obavezno rezultat množenja stavi **u zagradu** jer bez nje nećeš imati ispravne predznake, tj. drugi korak nećeš ispravno izvršiti.

NA OVAKVIM SE MJESTIMA ČESTO GRIJEŠI!!!

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & a \cdot (2b + c - 3) - 2b(a - c) - (8 - a) \cdot c = \\ & = \cancel{2ab} + ac - 3a - \cancel{2ab} + 2bc - (8c - ac) = \\ & = \underline{ac} - 3a + 2bc - 8c + \underline{ac} = \\ & = 2ac + 2bc - 3a - 8c \end{aligned}$$

DZ P - 4

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & (x - y + 6) \cdot 8 - (y + 4) \cdot 2x - y(2x - 8) = \\ & = 8x - \cancel{8y} + 48 - (2xy + 8x) - 2xy + \cancel{8y} = \\ & = \cancel{8x} + 48 - 2xy - \cancel{8x} - 2xy = \\ & = 48 - 4xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & -4 \cdot (2r - 3p + 1) + (r - 4) \cdot 2p - (2p - 3) \cdot 3r = \\ & = -8r + \underline{12p} - 4 + 2pr - \underline{8p} - (6pr - 9r) = \\ & = \underline{-8r} + 4p - 4 + \underline{2pr} - \underline{6pr} + \underline{9r} = \\ & = r + 4p - 4pr - 4 \end{aligned}$$

4.) Sredi izraze:

$$\text{a)} \quad (a - 5) \cdot (b + 7) = ab + 7a - 5b - 35$$

$$\text{b)} \quad (-4 + y) \cdot (3 - x) = -12 + 4x + 3y - xy$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & -(5 - a) \cdot (-x + 7) = \underline{\hspace{2cm}} \\ & = -(-5x + 35 + ax - 7a) = \\ & = 5x - 35 - ax + 7a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & 2ab - (b - 8) \cdot (3 - 2a) = \\ & = 2ab - (3b - 2ab - 24 + 16a) = \\ & = 2ab - 3b + 2ab + 24 - 16a = \\ & = 4ab - 16a - 3b + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & 8d + (d - c) \cdot (a - 8) = \\ & = \cancel{8d} + ad - \cancel{8d} - ac + 8c = \\ & = ad - ac + 8c \end{aligned}$$

DZ P - 5

Množimo svaki pribrojnik iz prve zgrade sa svakim pribrojnikom iz druge.
PAZI NA PREDZNAKE!!!

Zagrade množimo tako da svakoga iz prve pomnožimo sa svakim iz druge. A zbog minusa koji je ispred svega, još ćemo svima (koje tako dobijemo) morati promijeniti predznak.
 Dakle: prvo prepisemo početni minus, zatim otvorimo zagradu i u nju zapišemo sve što dobivamo množenjem članova, a tek nakon toga se još riješimo i te zagrade (svima promijenimo predznake).

Ako je ispred zgrade plus, onda prilikom množenja tih dviju zagrada, rezultate ne moramo stavljati unutar zgrade jer plus ne mijenja predznake, pa će oni ionako ostati isti.

Prisjetimo se:

$$\begin{array}{lll} a \cdot a = a^2 & a \cdot b = ab & a + a = 2a \\ b \cdot b = b^2 & b \cdot a = ab & a \cdot a = a^2 \end{array}$$

a^2 se zbraja sa a^2 , ne može sa a ...

5.) Riješi se zagrada i sredi:

$$\text{a)} \quad (a - 9) \cdot (a + 7) = a^2 + 7a - 9a - 63 = a^2 - 2a - 63$$

$$\text{b)} \quad (x - 8) \cdot (x - 6) = x^2 - 6x - 8x + 48 = x^2 - 14a + 48$$

$$\text{c)} \quad (y + 8) \cdot (-y + 1) = -y^2 + y - 8y + 8 = -y^2 - 7y + 8$$

DZ P - 6

d) $-(a - 6) \cdot (9 - a) =$
 $= -(9a - a^2 - 54 + 6a) =$
 $= -9a + a^2 + 54 - 6a =$
 $= a^2 - 15a + 54$

(e) $-(5 - b) \cdot (8 + b) = \dots = -40 + 3b + b^2$

f) $2 - (-1 + x) \cdot (x - 2) =$
 $= 2 - (-x + 2 + x^2 - 2x) =$
 $= \cancel{2} + x - \cancel{2} - x^2 + 2x =$
 $= -x^2 + 3x$

g) $2y^2 - 8 - (2 - y) \cdot (y - 4) =$
 $= 2y^2 - 8 - (2y - 8 - y^2 + 4y) =$
 $= 2y^2 - \cancel{8} - 2y + \cancel{8} + y^2 - 4y =$
 $= 3y^2 - 6y$

(h) $-3 + (y - 7) \cdot (y + 7) = \dots = -52 + y^2$

i) $(a + 9) \cdot (a - 9) - (a^2 - 9) \cdot 9 =$
 $= a^2 - \cancel{9a} + \cancel{9a} - 81 - (9a^2 - 81) =$
 $= a^2 - \cancel{81} - 9a^2 + \cancel{81} =$
 $= -8a^2$

j) $-5(a - b) - (a - 5) \cdot (5 - b) =$
 $= -5a + 5b - (5a - ab - 25 + 5b) =$
 $= -5a + \cancel{5b} - 5a + ab + 25 - \cancel{5b} =$
 $= ab - 10a + 25$

6.) Riješi se zagrada i sredi:

a) $(a + b + 2) \cdot (a - b) =$
 $= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 + 2a - 2b =$
 $= a^2 - b^2 + 2a - 2b$

b) $(x + y) \cdot (-x + y + 3) =$
 $= -x^2 + \cancel{xy} + 3x - \cancel{xy} + y^2 + 3y =$
 $= -x^2 + y^2 + 3x + 3y$

c) $e - (e - f) \cdot (-e + f + 1) =$
 $= e - (-e^2 + ef + e + ef - f^2 - f) =$
 $= \cancel{e} + e^2 - ef - \cancel{e} - ef + f^2 + f =$
 $= e^2 + f^2 - 2ef + f$

DZ P - 7

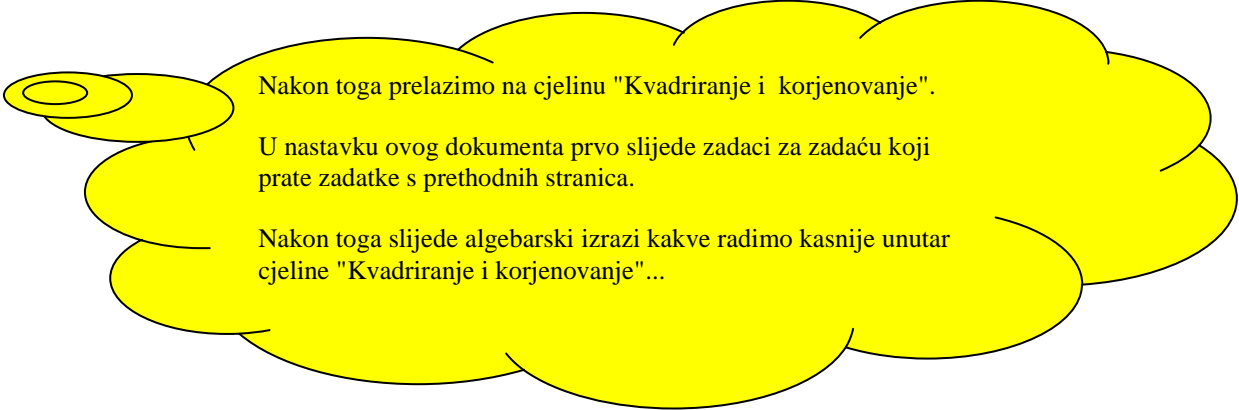
7.) Riješi se zagrada i sredi:

a) $ab - [a^2 - (a - b) \cdot a] =$
 $= ab - [a^2 - (a^2 - ab)] =$
 $= ab - [\cancel{a^2} - \cancel{a^2} + ab] =$
 $= ab - ab = 0$

b) $-[-2y - (3y - 7) \cdot (-6)] \cdot (5x - 6x) =$
 $= -[-2y - (-18y + 42)] \cdot (-x) =$
 $= -[-2y + 18y - 42] \cdot (-x) =$
 $= -[16y - 42] \cdot (-x) =$
 $= -(-16xy + 42x) = 16xy - 42x$

DZ P - 8

Uoči da se 5x-6x da zbrojiti...



Nakon toga prelazimo na cjelinu "Kvadriranje i korjenovanje".

U nastavku ovog dokumenta prvo slijede zadaci za zadaću koji prate zadatke s prethodnih stranica.

Nakon toga slijede algebarski izrazi kakve radimo kasnije unutar cjeline "Kvadriranje i korjenovanje"...

Zadaci za zadaću - Algebarski izrazi
(početak 8. razreda)

1.) Prepiši sljedeće izraze i napiši što oni predstavljaju:

- | | | |
|----------------------------|---------------------------------|----------------|
| a) $x \cdot y$ | f) c^2 | k) $x^2 + y^2$ |
| b) $(a - b) \cdot (c : d)$ | g) $(g \cdot h)^2$ | l) $(k - 1)^2$ |
| c) $(4 : m) - (7 + n)$ | h) $\left(\frac{r}{7}\right)^2$ | m) $s^2 - t^2$ |
| d) $\frac{x}{y} - 4z$ | i) $s^2 \cdot t^2$ | n) $(s - t)^2$ |
| e) $2e + \frac{3}{f}$ | j) $a^2 - bc$ | o) $a^2 : b^2$ |

2.) Riješi se zagrada i sredi:

- a) $-(-3k + 2c) + (-4k - 3c) - (-k)$
b) $-(2x + 4y) - (-6xy - 2x) + (3y - 5xy)$

3.) Riješi se zagrada i sredi:

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $b \cdot (3 - a)$ | e) $(7 - y) \cdot x - y \cdot (6 - x)$ |
| b) $2y \cdot (x - a)$ | f) $-6(x - y) - x(6 - y)$ |
| c) $(9 - a + b) \cdot 8$ | g) $6(p + r) - 3p(r + 2) - r(-3p + 6)$ |
| d) $(5b - 3c + 2d) \cdot (-a)$ | |

4.) Riješi se zagrada i sredi:

- | | |
|-----------------------------|--|
| a) $-(3 - y) \cdot x$ | d) $(4x - y) \cdot 7 - (5x - 3) \cdot y$ |
| b) $63a + (8 - 7a) \cdot 9$ | e) $-3a(2 - b) + (1 - 2a) \cdot 4b - (ab - a) \cdot 3$ |
| c) $-54 - (9 - 8a) \cdot 6$ | f) $-3(9c - 8d) - (6 - d) \cdot c + (2c - 6) \cdot 4d$ |

5.) Riješi se zagrada i sredi:

- a) $(x - 7) \cdot (2 + a)$ b) $-(-e + 5) \cdot (9 - f)$ c) $ab - (a - 3) \cdot (b + 2)$

6.) Riješi se zagrada i sredi:

- | | |
|------------------------------|---|
| a) $(c - 6) \cdot (c + 7)$ | d) $-(6 - a) \cdot (-a + 2)$ |
| b) $(-d + 8) \cdot (-7 - d)$ | e) $16 + (b - 4) \cdot (b + 4)$ |
| c) $x(2y - 5) - y(2x - y)$ | f) $(b - 8) \cdot (b + 8) - (b^2 - 8) \cdot (-8)$ |

7.) Riješi se zagrada i sredi:

- a) $(a + b) \cdot (a - b - 5)$
b) $-(x - y - 3) \cdot (-y + x)$
c) $(a + b) \cdot (a - b) - (a - b - 2) \cdot (a + b)$

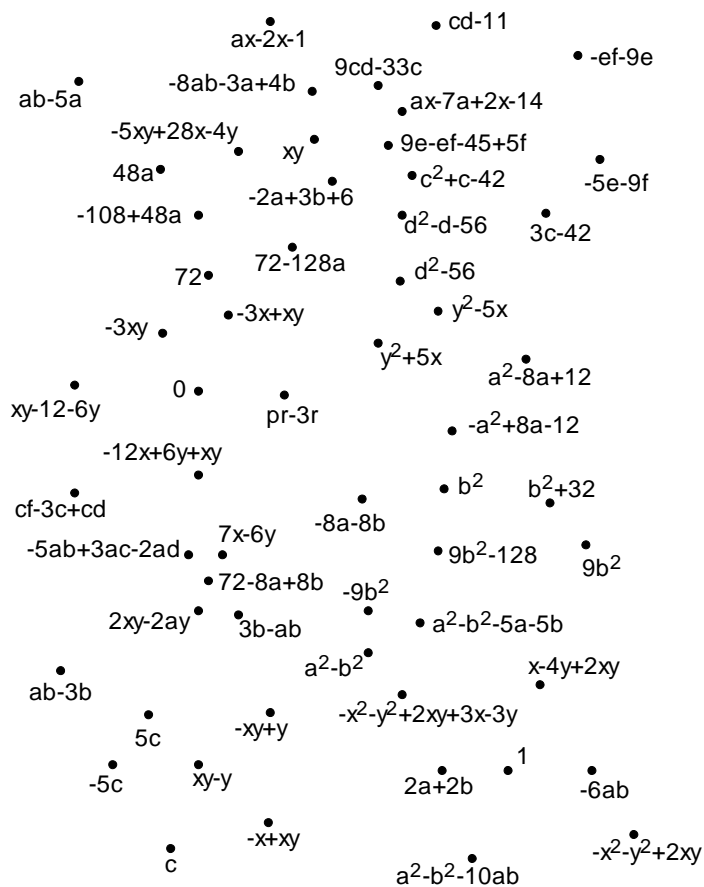
8.) Riješi se zagrada i sredi:

- a) $5 - [a^2 - (a - 2) \cdot (a + 2)]$
b) $6ab - [3b^2 + (2a - b) \cdot 3b] \cdot 2$

Spajalica uz zadaću - Algebarski izrazi

(početak 8. razreda)

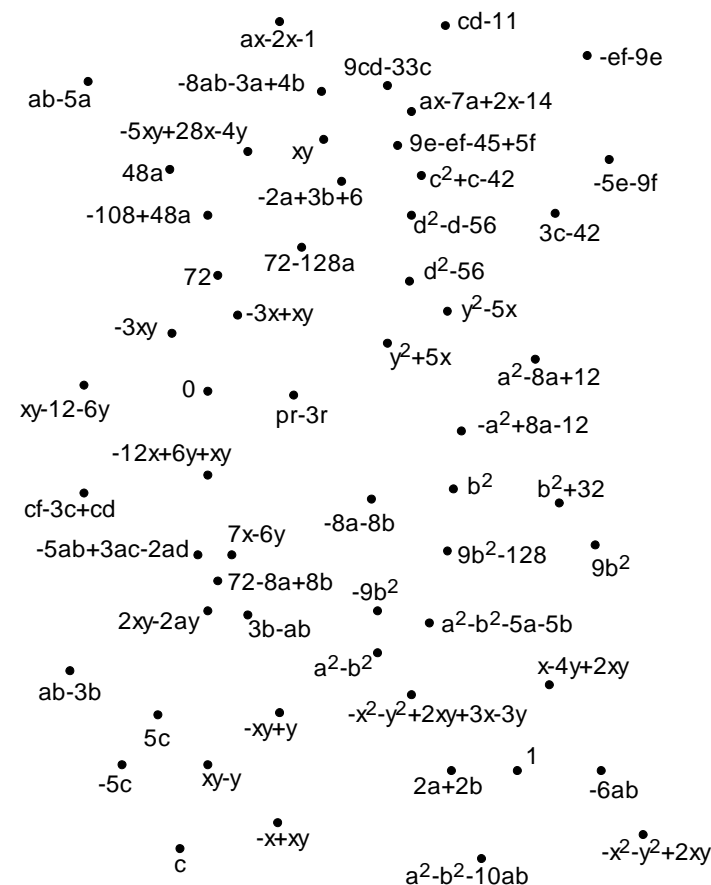
U donjoj spajalici ravnim crtama spoji točke pridružene rješenjima koje si dobio u zadaći, počevši od rješenja 2. zadatka.
 Dakle, rješenje 2.a zadatka spoji s rješenjem 2.b, zatim rješenje 2.b zadatka spoji s rješenjem sljedećeg zadatka a to je 3.a, zatim rješenje 3.a s rješenjem 3.b itd.
 Ako si sve zadatke točno riješio i sva rješenja dobro spojio, dobit ćeš zgodnu sličicu. ☺



Spajalica uz zadaću - Algebarski izrazi

(početak 8. razreda)

U donjoj spajalici ravnim crtama spoji točke pridružene rješenjima koje si dobio u zadaći, počevši od rješenja 2. zadatka.
 Dakle, rješenje 2.a zadatka spoji s rješenjem 2.b, zatim rješenje 2.b zadatka spoji s rješenjem sljedećeg zadatka a to je 3.a, zatim rješenje 3.a s rješenjem 3.b itd.
 Ako si sve zadatke točno riješio i sva rješenja dobro spojio, dobit ćeš zgodnu sličicu. ☺



Nakon što u cjelini "Kvadriranje i korjenovanje" naučimo osnovno o kvadriranju, tj. definiciju (i primjenu) te računске operacije, kad naučimo

koja je razlika između -2^2 i $(-2)^2$, $\frac{3^2}{4}$ i $\left(\frac{3}{4}\right)^2$, $5 - 3^2$ i $(5-3)^2$, te

nakon što naučimo i uvježbamo koji je redoslijed računskih operacija, opet se malo uhvatimo u koštac s algebarskim izrazima da bismo razjasnili neke nedoumice i uvježbali neke osnovne stvari koje se često brkaju i ne sjedaju djeci same od sebe.

Osnovni algebarski izrazi (sa i bez kvadrata)

$$\begin{aligned}4a + 6a &= \\4a \cdot 6a &= \\4a + 6 + a &= \\4 + a + 6a &= \\4 + a + 6 + a &= \end{aligned}$$

Prva dva zadatka zapišemo na ploču i u bilježnice, a zatim učenike pitam što misle koja su rješenja. Obično se tu čuje svakakvih prijedloga. Kad dođemo do rješenja i zapišemo ih, zapišemo sljedeći zadatak, pa pitam za njegovo rješenje itd. Kad ih sve riješimo, uokvirimo ih; ovo su ogledni primjeri na koje se trebaju vratiti ako zaborave ovako osnovne stvari!

$$\begin{aligned}3b + b &= \\3b \cdot b &= \\3 + b \cdot b &= \\3 + b + b &= \end{aligned}$$

Na isti način rješavamo sve zadatke koji su ovdje uokvireni. Moje iskustvo pokazuje da je potreba za ovim OGROMNA jer kod prvog rješavanja većinu zadataka većina bi učenika krivo riješila. Ali, niti kasnije onima koji se nisu potrudili to savladati, nimalo nije lako.

Nakon tog zajedničkog rješavanja i pojašnjavanja, na ploču kreću učenici i rješavaju zadatke ispod ovih uokvirenih.

$$\begin{aligned}2xy \cdot 4xy &= \\2xy \cdot 4x &= \\2xy \cdot 4y &= \\2xy \cdot xy &= \\2xy + 4xy &= \\2xy + 4x &= \text{ne možemo dalje srediti} \\2xy + 4y &= \text{ne možemo dalje srediti} \\2x + y + 4 + x + y &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x^2 + 2x^2 &= 5x^2 \\3x^2 + 2x &= \text{ne možemo dalje srediti} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a + a &= \\a \cdot a &= \end{aligned}$$

Iako drugi okvir podsjeća na prvi, ono što u njemu posebno muči učenike, je drugi pribojnik/faktor **b** uz kojeg se skriva jedinica, **b=1b**, na što treba paziti, a posebno kod zbrajanja.

- 1.) a) $5a + 8a =$ g) $8c - 7c =$
b) $5a \cdot 8a =$ h) $k - 2k =$
c) $a \cdot 3a =$ i) $8x - x =$
d) $a + 3a =$ j) $8x \cdot x =$
e) $a - 3a =$ k) $8 + 3 + x =$
f) $b + b + 3b =$ l) $8x + 3 + x =$

DZ P - 1

- 2.) a) $7ab + 8ab =$ f) $xy \cdot 8y =$ j) $8ab - 12ab =$
b) $7ab - 8ab =$ g) $d + d =$ k) $9kl \cdot 6kl =$
c) $7ab - 8a =$ h) $d - d =$ l) $8x^2y + 4xy - x^2y - 9xy =$
d) $7ab \cdot 9ab =$ i) $d \cdot d =$ m) $-a - 2ab - b - a + b + ab =$
e) $6ab \cdot 7a =$ j) $d : d =$

DZ P - 2

- 3.) a) $4x^2 + 5x^2 =$ d) $-p^2 - p^2 - p^2 =$ g) $9a^2 + 3a^2b - 4a^2b - a^2 =$
b) $4x^2 - 5x^2 =$ e) $h^2 - 2h^2 =$ h) $5c^2d^2 - c^2d^2 - 4c^2d^2 =$
c) $7m^2 - m^2 =$ f) $7a + 2a^2 - 8a =$ i) $ax - 2a^2x + 3a^2x^2 - 4ax^2 =$

DZ P - 3,4

4.) Sredi sljedeće izraze:

- a) $(9a + 6) \cdot (-a) =$ f) $(-12a + 7b - 9c) \cdot (-2abc) =$
b) $-x \cdot (-4x + y) =$ g) $(-2x - 3y + 4xy - 1) \cdot (-5xy) =$
c) $(2a - 3b) \cdot (-2b) =$ h) $(3x - 9y^2 + 8) \cdot x =$
d) $-(3x - 2y - 1) \cdot xy =$ i) $(-6x + 3y - 2xy) \cdot \frac{1}{6}xy =$
e) $(-2x + y) \cdot (-3xy) =$ j) $\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}y + 1\right) \cdot 10xy =$

5.) Sredi izraze:

- a) $(a - 5) \cdot (3a + 7) =$
b) $(5xy - 3y) \cdot (6x + 4xy) =$
c) $(-5a - 7b) \cdot (-a + 2ab - 7) =$
d) $(2.1x - y) \cdot (10x + 2y) =$

Posebne zadatke za DZ slične 4., 5. i 6. zadatku nisam smišljala, jer se slični nalaze u zbirci po kojoj radim.

6.) Sredi izraze:

- a) $(x + 2y) \cdot x + 2y(-x + y) =$
b) $(2a + 3b) \cdot ab - a \cdot (3ab - 2b^2) =$
c) $x \cdot (2x + 3) - (5 - 6y) \cdot y =$
d) $(a - b) \cdot (a + b) + (a + 2b) \cdot (2a - b) =$
e) $(2x + y) \cdot 3x - (4x - y) \cdot (5x + 2y) =$
f) $-3xy \cdot (-2 + 5xy) - 2x^2(4 - 5y^2) =$

Nakon ovih zadataka krećemo na svojstva kvadriranja...

Naravno, u skladu s programom, algebarske izraze ponovno susrećemo kad proučavamo svojstva kvadriranja, pa otkrivamo i trebamo zapamtiti jednakosti $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$, $(a:b)^2 = a^2:b^2$, $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

Česti nedostatak u našim udžbenicima (pa možda i u našoj nastavi) je taj da nakon što uvježbamo primjenu svake od tih jednakosti za sebe, nedostaju zadaci za sistematizaciju, kroz koje ćemo uvježbati/naglasiti kad ide "priča o prvom i drugom" (u slučaju kvadrata zbroja ili razlike), a kad se jednostavno iskadrira svaki član u zagradi (u slučaju kvadrata umnoška i količnika).

Dakle, smatram da nakon što primjenu svake od navedenih jednakosti uvježbamo zasebno, trebamo uvježbati i "balansiranje između njih". Evo i odgovarajućih zadataka:

Pazi!

$$(4ab)^2 =$$

$$(4a + b)^2 =$$

$$\left(\frac{x}{18}\right)^2 =$$

$$(x - 18)^2 =$$

Sve zadatke iz okvira zapišemo na ploču i u bilježnice, zatim pričekam da ih učenici prvo sami riješe, a onda komentiramo i uokvirimo. Nakon toga učenici na ploči rješavaju zadatke ispod okvira.

1.) Iskadriraj:

a) $(4m - 5n)^2 =$

b) $(17xy)^2 =$

c) $\left(\frac{1}{19a}\right)^2 =$

DZ P - 5

d) $(20 - abc)^2 =$

e) $(15x + y)^2 =$

f) $(-14uv)^2 =$

2.) Pojednostavni izraze:

a) $(5ab - 1)^2 - (5ab)^2 =$

b) $(xy)^2 - (x - y)^2 =$

c) $(2x - y)^2 - (2x + y)^2 = \dots = -8xy$

d) $(4ab)^2 - (1 - 4ab)^2 =$

e) $49 - 14(x + 7) + (x + 7)^2 = \dots = x^2$

DZ P - 6

3.) Iskadriraj:

a) $\left(\frac{4ax}{3b}\right)^2 =$

c) $\left(\frac{4a - 3}{a + 2b}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{a + b}{3ab}\right)^2 =$

d) $\left(\frac{16abc}{17a - 5}\right)^2 =$

DZ P - 7

Na prošloj sam strani naglasila da je potrebno uvježbavati i *balansiranje* između primjene različitih pravila/jednakosti. Slično vrijedi i u vezi **razlike kvadrata**, $a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$.

Naime, nakon što se upoznamo s tom jednakosti, te naučimo primjenjivati je slijeva nadesno, prilikom kretanja na primjenu sdesna nalijevo, tj. kod zadataka tipa $(x+y) \cdot (x-y)$, trebamo se prisjetiti i zadataka koji su jako slični navedenom, ali ne spadaju u one na koje možemo primijeniti naučenu jednakost. Takav je zadatak npr. $(x+y) \cdot (x-2y)$.

Dakle, treba izmiješati te dvije slične vrste zadataka, da učenici postignu spretnost u prepoznavanju tipa zadatka i načina na koji ga je najlakše/najbrže riješiti.

Stoga, nakon što uvježbamo zadatke tipa "Zapiši u obliku umnoška: a) $c^2 - d^2 = \dots$ ", idemo na sljedeće zadatke:

Naučili smo:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$
$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

U prvom okviru istaknute su osnovne jednakosti.

U drugom je prikazana njihova primjena na malo složenije izraze, a ujedno je prikazan i izraz na kojega one nisu primjenjive; ovdje se prisjećamo i kako se takvi izrazi sređuju.

Pazi!

$$(x + 2y) \cdot (x - 2y) = x^2 - 4y^2$$
$$(x - 2y) \cdot (x + 2y) = x^2 - 4y^2$$
$$(x - y) \cdot (x + 2y) = x^2 + 2xy - xy - 2y^2 = x^2 + xy - 4y^2$$

1.) Riješi se zagrada i sredi:

a) $(a - 3b) \cdot (a + 3b) =$

b) $(x + 4y) \cdot (x - 4y) =$

c) $(7 - 8xy) \cdot (7 + 8xy) =$

d) $(11a - 1) \cdot (11a + 1) =$

e) $(16 - ay) \cdot (16 + ay) =$

f) $\left(\frac{13}{17}a + \frac{19}{20}b\right) \cdot \left(\frac{13}{17}a - \frac{19}{20}b\right) =$

g) $(a - b) \cdot (a + 2b) =$

h) $(2x - 3a) \cdot (3x + 2a) =$

i) $(7a - 12) \cdot (7a + 12) =$

DZ P - 8

2.) Pojednostavni izraze:

a) $(x - y)^2 - (x - y) \cdot (x + y) =$

b) $(7x + 2y) \cdot (7x - 2y) + (2y)^2 =$

c) $(7a - 2b) \cdot (7a + 2b) - (3a + b) \cdot (a - 4b) =$

d) $(2 - 4x)^2 - (4x - 1) \cdot (4x + 1) =$

e) $(-7)^2 + \left(\frac{y}{2} - 7\right) \cdot \left(\frac{y}{2} + 7\right) =$

f) $(7 + 8x) \cdot (9 - 2x) - (7 - 4x)^2 =$

g) $-(2a + 7bc) \cdot (2a - 7bc) - (2a)^2 =$

DZ P - 9

Zadaci za zadaću - Algebarski izrazi

1.) Sredi izraze:

- a) $7x + 9x =$
- b) $7x \cdot 9x =$
- c) $7x \cdot x =$
- d) $7x + x =$
- e) $7x - x =$
- f) $x - 7x =$
- g) $7 + 9 + x =$
- h) $7 + 9x =$

2.) Sredi izraze:

- a) $4ab \cdot 5ab =$
- b) $4ab \cdot 5a =$
- c) $4ab + 5ab =$
- d) $4ab \cdot b =$
- e) $4a + 5b =$
- f) $ab \cdot 5b =$
- g) $v + v =$
- h) $v \cdot v =$

3.) Sredi izraze:

- a) $2a^2 + 7a^2 =$
- b) $4a^2 - a^2 =$
- c) $2b^2 - 3b^2 =$
- d) $a^2b + 2a^2b - 7a^2b =$
- e) $-x^2 + x^2 =$
- f) $2c - c^2 + 2c^2 - 3c =$
- g) $7x^2y^2 - x^2y - x^2y^2 =$
- h) $-n^2 + n + n^2 - 2n =$

4.) Sredi izraze:

- a) $b + b =$
- b) $b \cdot b =$
- c) $x^2y + x^2y + x^2y =$
- d) $7ef \cdot 8ef =$
- e) $3ab - a^2b - 2ab - a^2b =$
- f) $2ax \cdot 3a =$
- g) $9by \cdot 7y =$
- h) $5ab - 6ab =$
- i) $5a^2b - 6a^2b =$
- j) $ab \cdot 6ab =$
- k) $ab + 6ab =$
- l) $5a^2b \cdot 3b =$

5.) Iskvdriraj:

- $(13ab - 1)^2 =$
- $(-17x)^2 =$
- c) $\left(\frac{y}{19}\right)^2 =$
- d) $(5 - 12u)^2 =$
- e) $(6 + 2x)^2 =$
- f) $(6xy)^2 =$

6.) Pojednostavni izraze:

- a) $-(3a + 5b)^2 + 30ab =$
- b) $(1 - 13ab)^2 - (13ab)^2 =$
- c) $-32 + 12(ab + 4) - (ab + 4)^2 =$

7.) Iskvdriraj:

- a) $\left(\frac{a + 3b}{4ab - 3}\right)^2 =$
- b) $\left(\frac{1 - 17cd}{18c}\right)^2 =$
- c) $\left(\frac{12ab}{15cd}\right)^2 =$
- d) $\left(\frac{xy + 1}{xy - 1}\right)^2 =$

8.) Riješi se zagrada i sredi:

- a) $(7a - 5c) \cdot (7a + 5c) =$
- b) $(fgh + 12s) \cdot (fgh - 12s) =$
- c) $(4r - 8a) \cdot (4r + 9a) =$
- d) $(-x + g) \cdot (-x + 3) =$
- e) $(0.1 - a) \cdot (0.1 + a) =$

9.) Pojednostavni izraze:

- $(5a - x) \cdot (5a + x) - (5a - 2x) \cdot (5a + x) =$
- $\left(\frac{x}{3}\right)^2 - \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{7}\right) \cdot \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{7}\right) =$
- b) $(a - b) + (b + a) \cdot (b - a) =$
- $(6m + 3x)(6m - 3x) - (6m - 3x)^2 =$
- $(7a + 8bc) \cdot (7a - bc) - (7a)^2 =$
- $(a - x) \cdot (a + x) + (a - 2x) \cdot (2a + x) =$