

## Kvadratna jednadžba

U ovom sam dokumentu pokušala objediniti osnovne tipove kvadratnih jednadžbi kakve trebamo uvježbati s učenicima. Kvadratnu jednažbu učimo rješavati **nakon korjenovanja** (iako se u nekim našim udžbenicima ona pojavljuje već nakon kvadriranja), tako da ovdje naučimo rješavati i jednadžbe poput  $x^2 = 10$  (takvu bez korjenovanja ne znamo riješiti). Ujedno uvježbavamo obraćati pozornost kad se korijen (u rješenju) može izvaditi, kad se ne može, kad ga trebamo (možemo) djelomično izvaditi, kad jednadžba nema rješenja... Ovo su zapravo moje pripreme; primjere obično ja rješavam na ploči stalno zapitkujući učenike za njihovo mišljenje, a zadatke obično oni idu rješavati na ploču...

Antonija Horvatek

*Matematika na dlanu*

<http://www.antonija-horvatek.from.hr/>

## Kvadratna jednadžba

Kvadratna jednadžba - jednadžba u kojoj se pojavljuje kvadrat nepoznanice (npr.  $x^2$ ,  $a^2$ ,  $(x-4)^2$ ...)

Primjer 1.: Riješimo jednadžbe:

a)  $x^2 = 25$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{array} \right\} \boxed{x = \pm 5}$$

Što bi značilo - riješiti jednadžbu? Koje bi bilo rješenje zadane jednadžbe? Zašto?...  
Koji broj kvadriran daje 25?... Je li broj 5 *jedini* takav broj?

b)  $x^2 = 121$

$x = \pm 11$

c)  $x^2 = -16$

Nijedan broj kvadriran ne daje -16 (kvadrat je uvijek pozitivan ili nula). Dakle, ova jednadžba nema rješenja! Nijedan je broj ne zadovoljava.

d)  $x^2 = 16$

$x = \pm 4$

e)  $x^2 = 0$

$x = 0$

f)  $8 \cdot (x - 3)^2 = 32$

$x_1 = 5$

$x_2 = 1$

Primjeri a-e prikazuju najjednostavniji tip kvadratne jednadžbe. Evo i jedne složenije! (Zapišemo primjer f.) Kasnije ćemo učiti postupak kako se rješava i takva jednadžba, a sad je pokušajmo riješiti zdravorazumskim putem. Može li netko nekako otkriti / naslutiti koje bi bilo rješenje ove jednadžbe?...

*Cijelu zagradu zajedno sa kvadratom* shvatimo kao *jednu nepoznanicu* (taj dio na ploči prekrijemo rukom). Kad na taj način promotrimo jednadžbu, vidimo "8 puta koji broj je 32?". Odgovor je... 4. Dakle, ova zagrada na kvadrat mora biti 4. Koji broj na kvadrat daje 4? ... 2! Dakle, ovo u zagradi mora biti 2, tj.  $x-3=2$ . Koji x to zadovoljava?... 5. Dakle to je prvo rješenje ove jednadžbe. Provjera... Da bismo došli i do drugog rješenja, ponovimo ovaj postupak (zdravorazumskog) rješavanja još jednom, pazeći da li na koje pitanje možda imamo 2 odgovora, pa će nas drugi odgovor odvesti do drugog rješenja...

Kvadratna jednadžba može imati:

- dva rješenja (primjeri a, b, d)
- jedno rješenje (primjer e)
- nijedno rješenje (primjer c)

1.) Riješi jednadžbe:

a)  $x^2 = 49$

$x = \pm 7$

d)  $x^2 = 0$

$x = 0$

**DZ** iz zbirke zadataka

b)  $x^2 = -9$

Nema rješenja.

e)  $x^2 = -225$

Nema rješenja.

c)  $x^2 = 169$

$x = \pm 13$

Primjer 2.: Riješimo jednadžbe:

a)  $x^2 = 4$   
 $x = \pm 2$

b)  $x^2 = 5$   
 $x = \pm \sqrt{5}$

c)  $x^2 = 11$   
 $x = \pm \sqrt{11}$

d)  $x^2 = 9$   
 $x = \pm 3$

e)  $x^2 = 8$   
 $x = \pm \sqrt{8}$   
 $x = \pm 2\sqrt{2}$

Koji broj kvadriran daje 5?... Ne znamo točno, znamo da je oko "dva cijela nešto"... Pa ipak, iako ne znamo koliki je *točno* taj broj, možemo li ga ipak nekako napisati, a da bude *točan* a ne približan zapis?... Možda nekako pomoću korijena?...

Ne ostavljaj rješenje u obliku  $\sqrt{9}$  !

Ne zaboravi djelomično izvaditi korijen!

2.) Riješi jednadžbe:

a)  $x^2 = 31$   
 $x = \pm \sqrt{31}$

b)  $x^2 = 289$   
 $x = \pm 17$

c)  $x^2 = 110$   
 $x = \pm \sqrt{110}$

d)  $x^2 = -110$   
Nema rješenja.

e)  $x^2 = 17$   
 $x = \pm \sqrt{17}$

f)  $x^2 = -7$   
Nema rješenja.

g)  $x^2 = -16$   
Nema rješenja.

**DZ**

h)  $x^2 = 21$   
i)  $x^2 = -21$   
j)  $x^2 = 324$   
k)  $x^2 = -144$   
l)  $x^2 = -3$   
m)  $x^2 = 90$

Od uvođenja HNOS-a, pojednostavljuvanja mnogih stvari u nastavi i izbacivanja nekih sadržaja, ne radim zadatke koji slijede, ali ću ih ostaviti u ovom dokumentu ako nekome zatrebaju kao inspiracija za neki rad ili možda nekome tko će ovaj materijal koristiti za samoučenje.

Kad bih u nastavi imala dovoljno vremena, sigurno bih s učenicima napravila i to.

Primjer 3.: Riješimo jednadžbe:

a)  $5x^2 = 45 \quad / :5$   
 $x^2 = 9$   
 $x = \pm 3$

b)  $-x^2 = -21$   
 ...

c)  $-3x^2 = 27$   
 ...

Po čemu se ova jednadžba razlikuje od prethodnih? - Po broju kojeg imamo ispred nepoznanice (tj. ispred kvadrata nepoznanice). - Tog se broja trebamo riješiti, pa ćemo imati jednadžbu poput onih dosad i znat ćemo je riješiti. Sjetimo se kako smo postupali u (linearnoj) jednadžbi  $5x=45$  ! Kako smo se riješili one petice koja je uz  $x$ ?...

3.) Riješi jednadžbe:

a)  $7x^2 = 28$   
 b)  $-6a^2 = -54$   
 c)  $-5b^2 = -35$   
 d)  $6a^2 = -24$

e)  $-c^2 = 11$   
 f)  $64x^2 = 25$   
 g)  $\frac{2x^2}{5} = \frac{1}{40}$

**DZ**

h)  $b^2 = 130$   
 i)  $7c^2 = 42$   
 j)  $9x^2 = 4$   
 k)  $7a^2 = -28$

4.) Riješi jednadžbe:

a)  $23x^2 + 514 = 23x^2 + 14 + 5x^2$   
 ~~$23x^2 - 23x^2 - 5x^2 = 14 - 514$~~   
 $-5x^2 = -500 \quad / : (-5)$   
 $x^2 = 100$   
 $x = \pm 10$

Sjetimo se kako smo rješavali jednadžbu, npr.  $2x-7-x=3x-8$ . Što smo prvo radili?...

b)  $a^2 - 17 = 2a^2 - 1$   
 ...  
 nema rješenja

**DZ**

c)  $5n^2 - 16 - 9n^2 = 11n^2 - 76$   
 d)  $-2c^2 - 7 = -c^2 + 2$

5.) Riješi jednačbu:

a)  $(x - 5)^2 = 4$   
 $x_1 - 5 = 2$  ili  $x_2 - 5 = -2$   
 $x_1 = 2 + 5$        $x_2 = -2 + 5$   
 $x_1 = 7$              $x_2 = 3$

b)  $(2x + 6)^2 = 144$

c)  $(y - 9)^2 = 169$

d)  $(x + 6)^2 - 64 = 0$

**DZ** iz zbirke zadataka

Zamislamo da je *zagrada nepoznanica!* Dakle, pitamo se "Koji broj na kvadrat daje 4?" - To je broj 2. - Dakle, izraz u zagradi mora biti 2. (Zapisujem " $x-5=2$ ".) A da li još neki broj na kvadrat daje 4? - Da, -2! - Tako je! Dakle, izraz u zagradi može biti i -2! (Zapisujem i " $x-5=-2$ ".) Dakle, i ova će kvadratna jednačba imati *dva* rješenja - do jednog ćemo doći rješavajući jednačbu  $x-5=2$ , a do drugog rješavajući  $x-5=-2$ . Pošto se radi o *dva različita* rješenja, trebamo ih označiti *različitim oznakama*, pa uz  $x$  dopišimo 1 i 2 ( $x$ -eve pretvorimo u  $x_1$  i  $x_2$ )...