

Magični kvadrati

Magični kvadrat je kvadrat u čija su polja upisani brojevi tako da su zbrojevi po retcima, stupcima i dijagonalama međusobno jednaki.

Kako u kvadrat smjestiti brojeve, pa da on bude magični kvadrat?

Odgovor možete pronaći na sljedećim stranicama. Ujedno, na kraju ovog materijala nalaze se zadaci za ponavljanje čija se rješenja upisuju u kvadrat, te se dobiva magični kvadrat. Ti su zadaci iz ovih područja:

- Opsezi i površine (5. razred),
- Razlomci (5. i 6. razred)
- Decimalni brojevi (5. razred).

Tu je i jedna matematička križaljka iz djeljivosti prirodnih brojeva (5. razred).

Najtoplije zahvaljujem autoru materijala, **prof. Bošku Jagodiću** na dopuštenju da ove materijale objavim na svojm web stranicama.

Antonija Horvatek

<http://public.carnet.hr/~ahorvate>

MAGIČNI KVADRATI
ZA MALE I VEĆE
RIJEŠITE IH ZNANJEM
I SA MALO SREĆE

Mnogi za njih znaju još od nekad,
neki tko zna kad,
a vi mladi naučete sad,
kako se rješava "magični kvadrat".

Nacrtati kvadrat to vi znate svi,
pa ga podijeliti na manje kvadrate,
"tri puta tri".

Upisati brojeve od 1 do 9,
nije to teško,
to zna svaka djevojčica,
a i svaki dečko.

U čemu je magija,
tko nam to kaže ?
Zbroj brojeva na redcima, stupcima
i dijagonalno je 15,
magični kvadrat vam ne laže !

Pa to je baš čudo.
Za mene ta magija
ne izgleda ludo.

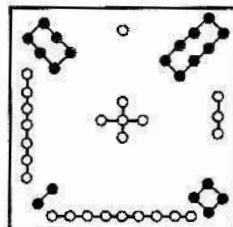
Taj magični kvadrat,
dajem na znanje,
nije od jučer,
star je on tri tisuća godina,
najmanje.



6	7	2
1	5	9
8	3	4

$$\begin{aligned}6 + 7 + 2 &= 15 \\1 + 5 + 9 &= 15 \\8 + 3 + 4 &= 15 \\6 + 1 + 8 &= 15 \\7 + 5 + 3 &= 15 \\2 + 9 + 4 &= 15 \\8 + 5 + 2 &= 15 \\6 + 5 + 4 &= 15\end{aligned}$$

Magične kvadrate ljudi su stljećima obožavali, sve su za njih davali, oko vrata ih nosili, da nebi болоvali, niti prosili.



Naučimo sada, kako ćemo mi, s velikim ponosom, od devet brojeva, načiniti “magičnih kvadrata”, osam.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Simetrično preklapanje ili samo zakretanje daje nam po jedno rješenje.

Pokaži se sada ti da “magiju” znaš i sam činiti.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2	7	6
9	5	1
4	3	8

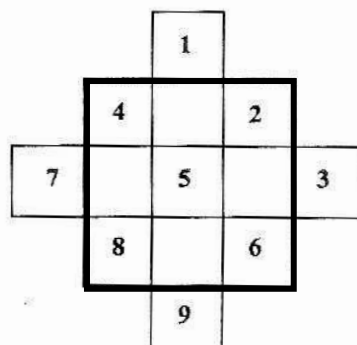
4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	7	2
1	5	9
8	3	4

	5	

Naučite sada,
eto to je tako,
sastavljati “magične kvadrate”,
baš će biti lako.

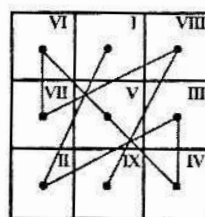


Kao na slici upiši brojeve i ti,
a zatim ih prebaci,
brojeći kvadratiće po tri.

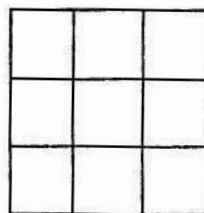
4	9	2
3	5	7
8	1	6

Da bi još bolje uvježbali temu,
za magične kvadrate
naučite šemu.

A sad je lako u kvadrat magični
upisati brojeve 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25 i 28
to radimo znanjem i ponosom.



Jesu li zbrojevi na redcima, stupcima,
te dijagonalno, jednaki svi,
to nam možeš reći ti ?



Magičnih kvadrata ima mnogo znaj,
pa to našoj priči sada nije kraj.

Jedan od "kvadrata" pomnoži ili podijeli brojem kojim želiš, pa ćeš dobit drugi "kvadrat", i da se veseliš.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Pomnoži brojeve npr. brojem tri, a zbroj na redcima, stupcima i dijagonalno, znamo sada svi, da je veći baš za puta tri.

A pazite sada što ću vam reći, pa magični kvadrat može biti veći. Od brojeva šesnaest sastaviti magični kvadrat, kako ? Priznat ćete da to nije lako.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Od brojeva dvadeset i pet sastaviti magični kvadrat možemo i to, a vi ćete reći, pa tu ima baš problema sto.

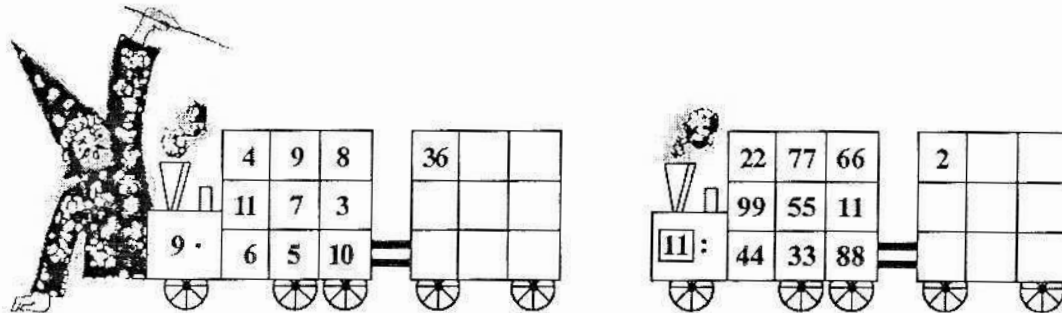
Naučite i to, proučite šemu, pa za sada završimo tu magičnu temu.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

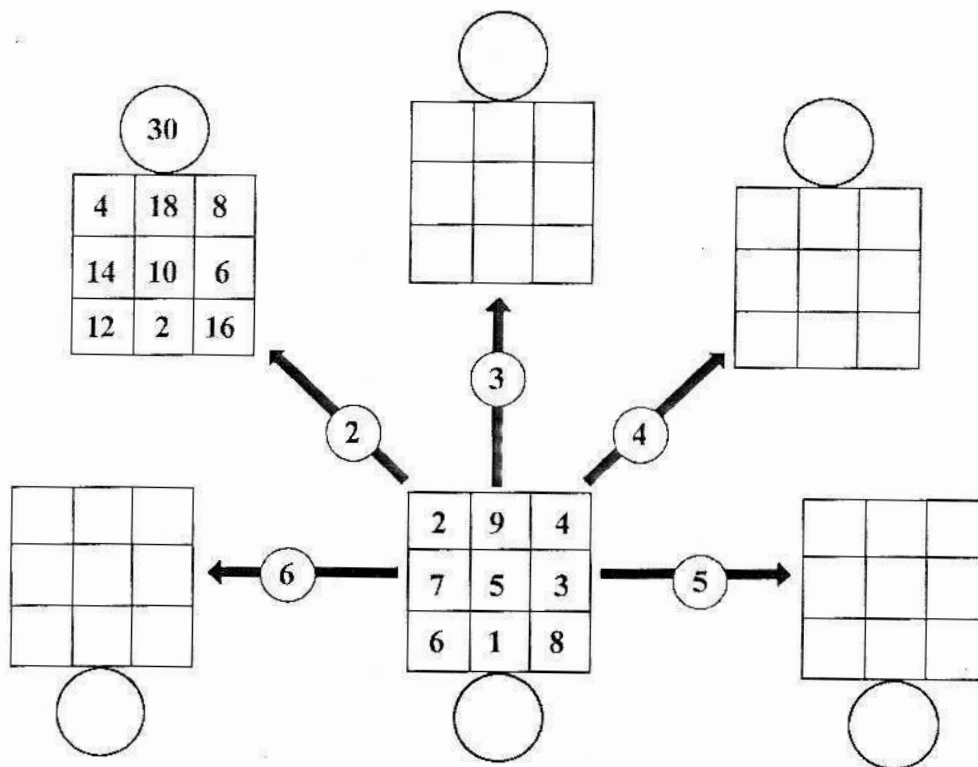
		1					
		6		2			
	11		7		3		
16		12		8		4	
21		17		13		9	5
	22		18		14		10
		23		19		15	
		24		20			
				25			

A ZA VJEŽBU SADA UZ ZABAVU MALO RADA

1. Upiši brojeve tako da dobiješ "magični kvadrat".



2. Brojeve u "magičnom kvadratu" pomnoži redom brojevima 2, 3, 4, 5, 6 i upiši ih u odgovarajuće kvadratiće.



U početnom "magičnom kvadratu" zbroj brojeva u svakom redku, stupcu i dijagonalno je 15.

Izračunaj te zbrojeve u ostalim "magičnim kvadratima".

Usporedi dobivene zbrojeve sa zbrojem iz početnog "magičnog kvadrata. Što si uočio ?

3. Na bakrorezu "Melankolija" velikog slikara Albrechta Durera, naertan je "magični kvadrat" (4x4 polja) u kojima su raspoređeni prirodni brojevi od 1 do 16, tako da je zbroj brojeva u svakom redku, svakom stupcu i svakoj dijagonali 34. Napiši te brojeve u "magični kvadrat".
4. Upisivanjem u kvadratiće bilo kojih brojeva ne možemo sastaviti "magični kvadrat". Brojevi koje upisujemo u "magični kvadrat" čine aritmetički niz brojeva. (to je takav niz brojeva kod kojeg je razlika bilo kojeg člana i njegova prethodnika stalan broj.

Dakle, brojeve koje upisujemo u "magični kvadrat" možemo dobiti tako da odabranom broju dodamo neki broj, dobivenom zbroju dodamo opet isti broj itd.

Npr. broju 5 pribrojimo broj 3, zatim broju 8 pribrojimo 3 itd. Dobit ćemo niz 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29.

Zbroj brojeva na redcima, stupcima i dijagonalno u "magičnom kvadratu" (3 x 3) dobit ćemo tako da srednji član niza množimo sa 3. U ovom primjeru je $17 \cdot 3 = 51$.

Pronađite neke nizove brojeva pa ih upišite u "magični kvadrat".

5. Sastavi "magični kvadrat" (3 x 3 polja) tako da je zbroj brojeva u svakom redku, stupcu i dijagonalno 21.

Sad možete i vi
na svoj vrat
objesiti
"magični kvadrat".

Neka vam donese
dobro zdravlje i znanje,
mnogo sreće !

Boško Jagodić, prof.

Magični kvadrat 4 x 4

ZADATAK

Upisati prirodne brojeve od 1 do 16 u polja kvadrata sa 16 polja, tako da u svakom redku, stupcu i dijagonalno zbrojevi budu jednaki.

RJEŠENJE

Ima više rješenja, pogledajmo tri:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

4	5	14	11
1	15	8	10
16	2	9	7
13	12	3	6

3	2	15	14
13	16	1	4
10	11	6	7
8	5	12	9

Prvi "magični kvadrat" možemo dobiti tako da pođemo od ovog kvadrata. Taj je kvadrat popunjen brojevima od 1 do 16. Brojevi su napisani redom, na jednostavan način. Taj kvadrat nije "magičan".

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Sad zamijenimo mjesta brojevima koji se nalaze na dvjema dijagonalama kvadrata, a simetrični su u odnosu na središte kvadrata, tj. 1 i 16, 4 i 13, 6 i 11, 7 i 10. Tako se dobije "magični kvadrat broj 1.

Zbroj brojeva u svakom redku, stupcu i dijagonalno u ovim "magičnim kvadratima" je 34.

Koliki je zbroj brojeva u centralnom četveropoljnom malom kvadratu unutar ovih "magičnih kvadrata", koliki u svakom kutnom četveropoljnom kvadratu, a koliko u četiri kutna polja velikog kvadrata.

Božo Jajlo

PONAVLJANJE, MAGIČNI KVADRAT

Riješi zadatke i rješenja upiši u magični kvadrat.

Provjeri rješenja zbrajanjem brojeva u magičnom kvadratu.

U svakom retku, stupcu i dijagonalno zbroj brojeva treba biti 240.

1. Koliko centimetara iznosi opseg kvadrata kojemu je duljina stranice 8 cm ?
2. Koliko centimetara iznosi opseg pravokutnika kojemu su duljine stranica $a = 30$ cm, $b = 26$ cm ?
3. Koliko centimetara iznosi opseg trokuta kojemu su duljine stranica $a = 37$ cm, $b = 38$ cm i $c = 21$ cm ?
4. Koliko kvadratnih centimetara iznosi površina kvadrata kojemu je duljina stranice $a = 12$ cm ?
5. Koliko kvadratnih centimetara iznosi površina pravokutnika kojemu su duljine stranica $a = 10$ cm, $b = 8$ cm ?
6. Koliko centimetara je duljina osnovice jednakokračnog trokuta kojemu je opseg 56 cm, a duljina kraka 20 cm ?
7. Opseg jednakostraničnog trokuta je 24 cm. Koliko centimetara kvadratnih iznosi površina kvadrata koji ima jednaku duljinu stranice kao i taj trokut ?
8. Opseg pravokutnika je 150 cm. Duljina jedne njegove stranice je 27 cm. Koliko centimetara iznosi duljina duge stranice toga pravokutnika ?
9. Opseg kvadrata ABCD je 256 cm. Koliki je opseg kvadrata kojemu je duljina stranice dva puta kraća od stranice kvadrata ABCD ?

1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	9.

Božo Jajko

PONAVLJANJE O RAZLOMCIMA, MAGIČNI KVADRAT

Riješi zadatke i rješenja upiši u magični kvadrat.

Provjeri rješenja zbrajanjem brojeva u magičnom kvadratu.

U svakom retku, stupcu i dijagonalno zbroj brojeva treba biti 17.

1. Sedmina broja 56.

2. Broj za 1 veći od $\frac{1}{2}$.

3. Broj koji ima sedamnaest sedamnaestina.

4. Razlomak $\frac{78}{12}$ skрати brojem 6.

5. Zbroj $\frac{1}{2} + \frac{4}{2}$.

6. Broj za 1 veći od $\frac{8}{2}$.

7. Razlika $\frac{18}{2} - \frac{7}{2}$.

8. Dvadesetpetina broja 100.

9. Polovina jedanaestine broja 99.

10. Devetina broja 27.

11. Zbroj $\frac{3}{2} + \frac{5}{2}$ umanjen za $\frac{1}{2}$.

12. Razlomak $\frac{84}{14}$ skрати brojem 7.

13. Broj koji ima dvadeset desetina.

14. Razlomak za $\frac{1}{2}$ veći od broja 7.

15. Broj za 4 manji od $\frac{22}{2}$.

16. Koliko je $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}$?

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.

Božo Jęćić

PONAVLJANJE O DECIMALNIM BROJEVIMA MAGIČNI KVADRAT

Riješi zadatke i rješenja upiši u magični kvadrat.

Provjeri rješenja zbrajanjem brojeva u magičnom kvadratu.

U svakom retku, stupcu i dijagonalno zbroj brojeva treba biti 195.5.

1. Zbroji $28.74 + 63.26$.
2. Oduzmi $81 - 63.75$.
3. Izračunaj $135.41 + 88.7 - 212.61$.
4. Podijeli $44.85 : 0.6$.
5. Pomnoži $1.4375 \cdot 20$.
6. Pomnoži $1150 \cdot 0.05$.
7. Podijeli $215.05 : 3.4$.
8. Izračunaj $39 + 19.6 : 2.8$.
9. Izračunaj $60.5 - 2.5 \cdot 3.5$.
10. Podijeli $138 : 4$.
11. Od zbroja brojeva 128.57 i 39.8 oduzmi broj 128.12.
12. Razlici brojeva 56.21 i 9.8 dodaj broj 22.59.
13. Koji je broj za 5.652 veći od broja 17. 348 ?
14. Za koliko je broj 272.43 manji od umnoška brojeva 18.3 i 19.6 ?
15. Koji je broj za 15 veći od količnika brojeva 13.1 i 0.2 ?
16. Izračunaj nepoznati broj x ako je $2.6 \cdot x = 14.95$.

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.

Prof. Japochić

PONAVLJANJE, DJELJIVOST PRIRODNIH BROJEVA
MATEMATIČKA KRIŽALJKA

Riješi zadatke i u križaljku upiši rješenja.

VODORAVNO:

1. Najmanji zajednički višekratnik brojeva 63 i 5.
4. Najmanji višekratnik broja 2 koji nije jednak 2.
5. Višekratnik broja 9 koji je veći od 20, a manji od 30.
6. Najmanji zajednički višekratnik brojeva 16 i 64.
7. Najmanji djelitelj svakog prirodnog broja.
8. Najmanji zajednički višekratnik brojeva 53 i 3.
9. Broj kojemu je rastav na proste faktore $2 \cdot 3 \cdot 103$.
10. Najmanji zajednički višekratnik brojeva 13 i 30.
11. Najveći zajednički djelitelj brojeva 32 i 40.
12. Najveći djelitelj broja 40 koji je različit od 40.
13. Najmanji zajednički višekratnik brojeva 6 i 8.

OKOMITO:

1. Koji od ovih brojeva 256, 469, 321, 773 je djeljiv sa 3 ?
2. Koji od ovih brojeva 28, 770, 567, 17 nije djeljiv sa 7 ?
3. Koju znamenku veću od 2 i manju od 8 treba napisati umjesto znaka * da bi broj $7*42$ bio djeljiv sa 6 ?
4. Broj za 1 veći od najmanjeg zajedničkog višekratnika brojeva 64 i 7.
6. Koji je od brojeva 379, 27, 105, 658 djeljiv sa 2 ?
8. Koji je broj za 10 veći od najvećeg djelitelja broja 100 ?
9. Najmanji zajednički višekratnik brojeva 69 i 10.
10. Koji od brojeva 28, 100, 1444, 32 je djeljiv sa 2, 4 i 8 ?
11. Najmanji broj djeljiv sa 7 i 12.

1.	1.	2.	3.		2.	4.	
3.				4.	5.		
5.			6.	6.			
		7.	7.				
8.	8.					9.	9.
10.					11.		

Božo Topolčić