

## Festival matematike Varaždinske županije 2018.

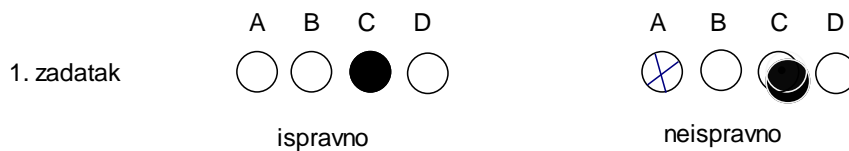
### Pojedinačno natjecanje za učenike

#### 4. razreda srednje škole

Svaki zadatak se boduje s 5 bodova. Netočno rješenje donosi 0 bodova, a zadatak bez ponuđenog rješenja 1 bod. Od 4 ponuđena rješenja samo jedno je točno koje se unosi u priloženi listić za odgovore.



Na listiću je potrebno kemijskom olovkom zacrniti kružić ispod slova koje predstavlja točan odgovor. Slika prikazuje ispravan unos točnog odgovora prvog zadatka i neispravan unos. Na kraju se Povjerenstvu predaje samo listić s osobnim podacima i odgovorima.



### Zadaci:

- Koliko bridova ima pravilna četverostrana prizma ?  
A) 4                      B) 6                      C) 12                      D) 16
- Koliko znamenki ima broj  $4^5 \cdot 5^{13}$  ?  
A) 9                      B) 11                      C) 13                      D) 15
- Koliki je zbroj koeficijenata u razvoju binoma  $(2x^2 - 3y^3)^{11}$  ?  
A)  $-2^{11}$                       B)  $-1$                       C) 1                      D)  $2^{11}$
- Koliki je omjer duljina polumjera upisane i opisane kružnice pravokutnog trokuta u kojemu jedna kateta ima duljinu 12 cm, a hipotenuza duljinu 13 cm ?  
A) 1 : 13                      B) 2 : 13                      C) 3 : 13                      D) 4 : 13
- Koja od navedenih funkcija je neparna ?  
A)  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$                       B)  $f(x) = x^2 - x$   
C)  $f(x) = \sin x + \cos x$                       D)  $f(x) = x \cdot |x|$

6. Zadana je jednačba  $ax^2 + 2bx + c = 0$ , gdje su  $a, b, c$  uzastopni članovi aritmetičkog niza. Koji broj je jedno rješenje te jednačbe ?
- A)  $-2$                       B)  $-1$                       C)  $0$                       D)  $2$
7. Kolika je površina lika kojemu su vrhovi žarišta elipsa  $x^2 + 4y^2 = 4$  i  $4x^2 + y^2 = 4$  ?
- A)  $3$                       B)  $6$                       C)  $12$                       D)  $16$
8. U jednom pogonu tvrtke PressGlass radi 1000 radnika. Plan tvrtke je povećati zaposlenost u tom pogonu 10% godišnje u naredne četiri godine. Koliko će nakon tih četiriju godina biti zaposlenih radnika u pogonu ?
- A)  $1300$                       B)  $1331$                       C)  $1400$                       D)  $1464$
9. Kutovi četverokuta čine aritmetički niz s razlikom  $20^\circ$ . Koliki je zbroj kosinusa najmanjeg i najvećeg kuta ?
- A)  $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{3})$                       B)  $\frac{1}{2}$   
 C)  $0$                       D)  $1$
10. Zadan je niz  $a_n = \begin{cases} -1, & n \text{ paran} \\ 2n - 1, & n \text{ neparan} \end{cases}$ . Koliko iznosi zbroj prvih 100 članova ovog niza ?
- A)  $4000$                       B)  $4500$                       C)  $4900$                       D)  $5050$
11. U nekom brojevnom sustavu je  $33 \cdot 4 = 242$ . Koliko je  $44 \cdot 3$  u tom brojevnom sustavu ?
- A)  $72$                       B)  $144$                       C)  $242$                       D)  $424$
12. S koliko nula završava umnožak  $12! \cdot 11! \cdot 10! \cdot \dots \cdot 2! \cdot 1!$  ? ( $n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ )
- A)  $10$                       B)  $11$                       C)  $12$                       D)  $13$
13. Ako je  $f(x) = \frac{ax+1}{x-a}$ ,  $a > 0$  i  $f(0) + f(2) = 2$ , koliko je  $f^{-1}(0) + f^{-1}(2)$  ?
- A)  $2$                       B)  $1$                       C)  $-1$                       D)  $-2$
14. Koliki je argument kompleksnog broja  $z = -3 \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$  ?
- A)  $\frac{\pi}{12}$                       B)  $\frac{11\pi}{12}$                       C)  $\frac{13\pi}{12}$                       D)  $\frac{23\pi}{12}$

15. Koja od navedenih jednačbi ima barem jedno rješenje koje **nije** racionalan broj ?

A)  $4x^3 - 3x^2 = 4x - 3$

B)  $\cos(\pi x) = -1$

C)  $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

D)  $\log x^3 - \log x = \log 100$

16. Romb se vrti oko manje, a potom oko veće dijagonale. Ako je šiljasti kut romba jednak  $\alpha$ , koliki je omjer obujmova prvog i drugog rotacijskog tijela ?

A)  $\sin 2\alpha$

B)  $\operatorname{tg} \alpha$

C)  $\cos \frac{\alpha}{2}$

D)  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$

17. Koliko rješenja ima jednačba  $\log_2 x^2 = 1 - x^2$  ?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

18. U razvoju binoma  $\left(x \cdot \sqrt[4]{x^3} + \frac{\sqrt{x}}{x^2}\right)^n$  jednaki su binomni koeficijenti petog i desetog člana. Koji član u tom razvoju ne sadrži  $x$  ?

A) 7. član

B) 8. član

C) 9. član

D) 10. član

19. Koji interval je slika funkcije  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 2x + 3} + 1$  ?

A)  $(-\infty, 2]$

B)  $\left[\frac{1}{3}, 1\right]$

C)  $(1, 2]$

D)  $(1, +\infty)$

20. Manje rješenje jednačbe

$$\left(3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots\right)\right)^{\log_2 x} = \left(20 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots\right)\right)^{\log_x 2}$$
 je broj:

A) 2

B) 1

C)  $\frac{1}{2}$

D)  $\frac{1}{4}$

Rješenja:

|     |   |
|-----|---|
| 1.  | C |
| 2.  | C |
| 3.  | B |
| 4.  | D |
| 5.  | D |
| 6.  | B |
| 7.  | B |
| 8.  | D |
| 9.  | C |
| 10. | C |
| 11. | C |
| 12. | B |
| 13. | A |
| 14. | C |
| 15. | C |
| 16. | D |
| 17. | B |
| 18. | B |
| 19. | C |
| 20. | D |