



Jesensko kolo 2017./2018.

ŠKOLA	
EKIPA	
KATEGORIJA	
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ **MAT**ematika

www.matzelcic.com

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.1. U trapezu $ABCD$, osnovica \overline{AB} duplo je dulja od osnovice \overline{CD} . Koja od navedenih tvrdnji **nije** točna?

A. Površina trokuta ABC duplo je veća od površine trokuta ACD .	B. Zbroj opsega trokuta ABC i ACD jednak je opsegu trapeza $ABCD$.	C. Površina trokuta ACD iznosi trećinu površine trapeza $ABCD$.	D. Opseg trokuta ABC veći je od opsega trokuta ACD .	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	--	---	---	---

1.2. Učenici su rješavali jednadžbu $x^2 = x$ i ustvrdili slijedeće:

- Marko: „Jednadžba ima točno jedno cjelobrojno rješenje“
- Janko: „Jednadžba ima točno jedno prirodno rješenje“
- Slavko: „Jednadžba ima bar jedno cjelobrojno rješenje“
- Mirko: „Jednadžba ima bar jedno prirodno rješenje“

Koliko učenika je u pravu?

A. 1	B. 2	C. 3	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

1.3. Koji od navedenih brojeva je najmanji?

A. $-\frac{5}{9}$	B. $-0.\dot{4}$	C. -0.5	D. $-0.\dot{5}\dot{4}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	------------------------	------------------	-------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.4. Za prost broj k , koja od navedenih tvrdnji **nije** točna?

A. Zbroj brojeva djeljivih brojem k , djeljiv je brojem k .	B. Umnožak brojeva djeljivih brojem k , djeljiv je brojem k .	C. Ako je zbroj dva broja djeljiv brojem k , tada je bar jedan pribrojnik djeljiv brojem k .	D. Ako je umnožak dva broja djeljiv brojem k , tada je bar jedan faktor djeljiv brojem k .	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
--	--	---	---	--

1.5. Duljine stranica kvadra $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ jesu $|AB| = 9$ cm i $|BC| = 12$ cm. Polovište dužine $\overline{AA_1}$ udaljeno je od točke C za 25 cm. Kolika je visina kvadra?

A. 15 cm	B. 20 cm	C. 25 cm	D. 40 cm	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	---

1.6. Izračunaj: $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

A. 0	B. 10	C. $2\sqrt{6}$	D. $4\sqrt{6}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	--------------------------	--------------------------	---

1.7. Koliko ima uređenih parova troznamenkastih prirodnih brojeva (x, y) koji zadovoljavaju jednačbu $6x + 4y = 2017$?

A. 0	B. 100	C. Ne može se odrediti	D. Beskonačno	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	------------------	----------------------------------	-------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. Duljine svih bridova i duljina prostorne dijagonale kvadra su prirodni brojevi. Ako su duljine dvaju bridova tog kvadra 3 i 4, koliko takvih kvadara postoji?

A. 0	B. 1	C. 4	D. Nemoguće je odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	--------------------------------	---

1.9. Dodamo li kvadratu zbroja dva prirodna broja njihov zbroj, dobiti ćemo broj 72. Kolika je razlika ta dva broja, ako je zbroj njihovih kvadrata 40?

A. 4	B. 6	C. 8	D. 10	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-----------------	---

1.10. Na koliko načina Ana, Bruna, Cecilija, Dubravka i Ea mogu stati u red na blagajni kina ako Bruna mora kupiti kartu prije Dubravke?

A. 120	B. 30	C. 48	D. 60	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

1.11. Pravokutni trokut s katetama a i b vrti se oko katete a , a zatim oko katete b . Kako se odnose volumeni tijela nastalih rotacijom?

A. $b : a$	B. $a : b$	C. $b^2 : a^2$	D. $a^2 : b^2$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	----------------------	--------------------------	--------------------------	---

1.12. Koji od ponuđenih rješenja je najbliži vremenu koje protekne od kada se velika i mala kazaljka dva puta uzastopce preklape?

A. 1 sat	B. 1 sat 5 min	C. 1 sat 5 min 27 sek	D. 1 sat 5 min 30 sek	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	--------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.1. Koja od navedenih tvrdnji je **točna**?

A. Svakom jednakokračnom trapezu može se upisati kružnica.	B. Svakom jednakokračnom trapezu može se opisati kružnica.	C. Svaki četverokut kojem se može upisati kružnica je jednakokračan trapez.	D. Svaki četverokut kojem se može opisati kružnica je jednakokračan trapez.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	---	--	--	---

2.2. Koji od navedenih brojeva ima najviše djelitelja?

A. 12	B. 16	C. 24	D. 50	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
--------------	--------------	--------------	--------------	--

2.3. Ako je hipotenuza pravokutnog trokuta duga 10 cm, a jedan njegov kut je 30° , kolika je duljina njegove dulje katete?

A. $5\sqrt{3}$	B. $10\sqrt{3}$	C. 5	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	---------------------------	----------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Na polovici pročelja svoje kuće dugačkog 20 m, Ivan ima pumpu i na nju je prikopčao crijevo za zalijevanje dugo 12 m. Kuća je široka 6 m. Zbog slabog pritiska vode, s crijevom može dosegnuti najviše 1 m. Koliku površinu (zaokruženo na cijeli broj) svoje okućnice može Ivan zaliti ovim crijevom?

A. 226 m^2	B. 232 m^2	C. 265 m^2	D. 280 m^2	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	--

2.5. Tri boce soka jednakog obujma napunjene su mješavinama sirupa od jabuke, sirupa od borovnice i vode. Omjer količina sirupa od jabuke, sirupa od borovnice i vode u bocama je redom $2 : 3 : 7$, $3 : 1 : 8$ i $1 : 2 : 10$. Prelijemo li sadržaj sve tri boce u jednu veliku posudu, omjer sirupa od jabuke i sirupa od borovnice biti će:

A. $77 : 76$	B. $1 : 1$	C. $13 : 12$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	-------------------	---------------------	-------------------------------	---

2.6. Kolika je površina lika omeđenog grafom funkcije $f(x) = ||2x - 3| - 2|$ i osi apscisa?

A. 1	B. 2	C. 2.5	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	------------------	----------------	---

2.7. Odredi $a \in \mathbb{R}$ tako da za rješenje sustava jednačbi $\begin{cases} ax - y = 2a^2 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ vrijedi $x \leq 0$ i $y \leq 0$.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\langle -\infty, \frac{1}{2} \rangle]$	$[0, \frac{1}{2}]$	$\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$	$\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle]$	

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

2.8. Skup svih rješenja nejednačbe $\sqrt{x^2 - 1} < x - 1$ je:

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\langle -\infty, 1 \rangle$	$\langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, \infty \rangle$	\emptyset	$\langle -\infty, -1 \rangle$	

2.9. Marko je složio tri kuglice polumjera r na stol tako da se međusobno dodiruju. Na njih je stavio četvrtu kuglicu istog polumjera koja je dodirivala preostale tri kuglice. Na kojoj udaljenosti od stola se nalazi središte četvrtke kuglice?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$2r$	$\frac{2\sqrt{6}}{3}r$	$r(\sqrt{3}+1)$	$\frac{2\sqrt{6}+3}{3}r$	

2.10. Koliko uređenih parova (x, y) cijelih brojeva zadovoljava jednačbu $x^2 + 3x + 5 = y^2$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0	2	4	8	

2.11. Nacrtani pravokutnik dimenzija 4×5 podijeljen je na jedinične kvadrate. Koliko ukupno kvadrata je na toj slici?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
20	40	26	16	

2.12. Ako je uređeni par (x, y) cjelobrojno rješenje jednačbe $5^{x+2} - 5^{x+1} = 2^{y+3} + 2^{y+1}$, u kojem intervalu se nalazi y ?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\langle -2, 2 \rangle$	$\langle 2, 20 \rangle$	$\langle -20, -2 \rangle$	\emptyset	

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.1. Duljina polumjera kružnice iznosi 5 cm. Koliki je šiljasti obodni kut nad tetivom te kružnice duljine 5 cm?

A. 15 ⁰	B. 60 ⁰	C. 45 ⁰	D. 30 ⁰	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---

3.2. Kvadratna funkciju $f(x) = ax^2 + c$ dostiže najmanju vrijednost -10 . Koja od slijedećih tvrdnji je točna?

A. $a > 0$ i $c > 0$	B. $a > 0$ i $c < 0$	C. $a < 0$ i $c > 0$	D. $a < 0$ i $c < 0$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	---

3.3. Ako je $z = -1 + i\sqrt{3}$ i $w = \sqrt{3} - i$, koliko je $\left| \frac{z^{10}}{(\bar{w})^5} \right|$?

A. 16	B. 32	C. 64	D. 1024	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	---------------------	-----------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.4. Bočni bridovi trostrane piramide međusobno su okomiti, a duljine su im 10, 12 i 14 cm. Koliki je obujam te piramide?

A. 280 cm ³	B. 560 cm ³	C. 840 cm ³	D. 1 680 cm ³	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---

3.5. Ako vrijedi $\log \frac{m+n}{2} = \frac{1}{2}(\log m + \log n)$, koliko je $\frac{m}{n}$?

A. 1	B. 2	C. 0.5	D. Nemoguće je odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------	-------------	---------------	--------------------------------	---

3.6. Za koje vrijednosti realnog parametra k rješenja kvadratne jednadžbe $2x^2 - (k+1)x + k = 0$ zadovoljavaju uvjet

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq 0?$$

A. \emptyset	B. $\mathbb{R} \setminus \langle -1, 0]$	C. $\mathbb{R} \setminus [-1, 0)$	D. $\langle -\infty, 0 \rangle \cup \{1\}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	---	-------------------------------------	--	------------------------------------

3.7. Koliko je tangens kuta što ga ravnina CB_1D_1 zatvara s ravinom osnovke kocke $ABCD A_1B_1C_1D_1$?

A. $\sqrt{2}$	B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$	C. 1	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------	-------------------------	------	------------------------	------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

3.8. Zadan je polinom $P(x) = 13x^3 - 13x^2 + 11x + 11$. Ako su x_1, x_2, x_3 njegove nultočke, koliko je

$$(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) ?$$

A. 1	B. 12	C. -1	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------	-------	-------	------------------------	------------------------------------

3.9. Skup svih rješenja nejednadžbe $3^{27^x} < 27^{3^x}$ je:

A. \emptyset	B. \square	C. $\langle -\infty, \frac{1}{2} \rangle$	D. $\langle 0, \frac{1}{2} \rangle$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	--------------	---	-------------------------------------	------------------------------------

3.10. Točka $T(0, 5)$ je na paraboli $y = ax^2 + bx + c$. Tangenta parabole u toj točki ima koeficijent smjera $k = 1$.
Odredite koeficijent b iz jednadžbe parabole.

A. $b = -1$	B. $b = 0$	C. $b = 1$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------	------------	------------	------------------------	------------------------------------

3.11. Sfera sadrži vrhove donje baze kocke brida a i dodiruje gornju bazu. Koliki je njezin polumjer?

A. $\frac{a}{2}$	B. $\frac{3a}{4}$	C. a	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	-------------------	--------	------------------------	------------------------------------

3.12. Ako je $z + \frac{1}{z} = 1$, koliko je $z^{2017} + \frac{1}{z^{2017}}$?

A. 1	B. -1	C. $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$	D. $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------	-------	--	--	------------------------------------

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Koliko je $\sin^4 \frac{5\pi}{8} - \cos^4 \frac{5\pi}{8}$?

A. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$	B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$	C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$	D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	---

4.2. Točkama P i Q dužina \overline{AB} podijeljena je na tri jednaka dijela. Ako je $A(-2,5)$, prva do nje $P(5,30)$, odredi apscisu točke B .

A. 12	B. 17	C. 19	D. 24	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

4.3. Kolika je udaljenost žarišta hiperbole $9x^2 - 4y^2 = 36$ od njezine asimptote?

A. $\sqrt{13}$	B. 2	C. 3	D. $3\sqrt{13}$	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	----------------	----------------	---------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. Koji skup točaka ravnine je dan jednadžbom $9x^2 - 4y^2 - 36x - 8y - 4 = 0$?

A. Kružnica	B. Elipsa	C. Hiperbola	D. \emptyset	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------	---------------------	------------------------	--------------------------	---

4.5. Vektorima $\overline{AB} = 4\vec{m} + \vec{n}$ i $\overline{AD} = \vec{m} - 4\vec{n}$ određen je paralelogram $ABCD$. Nađi kosinus kuta između dijagonala paralelograma, ako su \vec{m} i \vec{n} jedinični vektori te $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.

A. $-\frac{8}{7\sqrt{19}}$	B. 0	C. $-\frac{8}{49}$	D. $-\frac{8}{19}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------------	----------------	------------------------------	------------------------------	---

4.6. Koliko cjelobrojnih rješenja ima jednadžba $x! + 4y = 2017$?

A. 0	B. 1	C. 2	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

4.7. Točka T težište je trokuta ABC , a točka D polovište njegove stranice \overline{BC} . Ako je duljina stranice jednakostraničnog trokuta BDT jednaka 1, odredite duljinu stranice \overline{AC} trokuta ABC .

A. 2	B. 4	C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$	D. $\sqrt{13}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	------------------------------------	--------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Zadana je petorka brojeva (3, 10, 23, 103, 231). Provodimo slijedeći postupak: biramo tri broja a_i, a_j i a_k ($i \neq j \neq k \neq i$), te ih zamijenimo s a_i+13, a_j-7 i a_k-6 . Koja od navedenih petorki brojeva se ne može dobiti uzastopnim ponavljanjem opisanog postupka?

A. (99, 19, 111, -3, 144)	B. (81, 11, -26, 90, 214)	C. (16, -2, 16, 96, 242)	D. (3, 4, 23, 96, 244)	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------------------	----------------------------------	--

4.9. Koju najveću vrijednost može imati površina trokuta kojemu je opseg 10 cm, a duljina jedne stranice 4 cm?

A. $14\sqrt{15}$	B. $2\sqrt{5}$	C. 20	D. Nije moguće odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------	--------------------------	-----------------	-----------------------------------	---

4.10. Veličina šiljastog kuta romba je 60° . Koliki je kosinus kuta pod kojim se vidi stranica romba iz polovišta nasuprotne stranice?

A. $\frac{1}{2}$	B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$	C. $-\frac{1}{2}$	D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------	------------------------------------	-----------------------------	-----------------------------------	---

4.11. Izračunaj površinu skupa određenog uvjetima $2|z-i| \leq |z-3i|$ i $\operatorname{Re} z \geq 0$, gdje je $z \in \mathbb{C}$.

A. $\frac{8\pi}{9}$	B. $\frac{16\pi}{9}$	C. $\frac{4\pi}{3}$	D. $\frac{8\pi}{3}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------	--------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	---

4.12. U svakom polju 15×15 tablice sjedi žaba. Na dani signal, u nekom trenutku sve žabe skoče na neko susjedno dijagonalno polje. Sada je moguće da je na nekim poljima više žaba, a neka da su prazna. Koliki je minimalan broj praznih polja?

A. 15	B. 30	C. 5	D. 0	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	----------------	----------------	---

RJEŠENJA

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.	B	2.1.	B	3.1.	D	4.1.	D
1.2.	C	2.2.	C	3.2.	B	4.2.	C
1.3.	A	2.3.	A	3.3.	B	4.3.	C
1.4.	C	2.4.	D	3.4.	A	4.4.	C
1.5.	D	2.5.	A	3.5.	A	4.5.	A
1.6.	D	2.6.	B	3.6.	D	4.6.	C
1.7.	A	2.7.	B	3.7.	A	4.7.	D
1.8.	B	2.8.	C	3.8.	C	4.8.	C
1.9.	A	2.9.	D	3.9.	C	4.9.	B
1.10.	D	2.10.	C	3.10.	C	4.10.	B
1.11.	A	2.11.	B	3.11.	B	4.11.	A
1.12.	C	2.12.	A	3.12.	A	4.12.	A