



Zimsko kolo 2017./2018.

ŠKOLA	
EKIPA	
KATEGORIJA	A
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ MATematika

www.matzelcic.com

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.1. Učenici su rješavali jednadžbu $2^{x^2} = 2^x$ i ustvrdili sljedeće:

- Marko: „Jednadžba ima točno jedno cjelobrojno rješenje“
- Janko: „Jednadžba ima točno jedno prirodno rješenje“
- Slavko: „Jednadžba ima bar jedno cjelobrojno rješenje“
- Mirko: „Jednadžba ima bar jedno prirodno rješenje“

Koliko je učenika u pravu?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
1	2	3	4	

1.2. Zbroj pet uzastopnih parnih brojeva je 150. Koliki je zbroj neparnih brojeva koji su između njih?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
90	120	150	180	

1.3. Neka je P polovište brida $\overline{AA_1}$ kvadra $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Koliki je volumen tijela $ABCP$ u odnosu na volumen kvadra?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
Duplo manji	Tri puta manji	Šest puta manji	Dvanaest puta manji	

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.4. S koliko nula završava umnožak $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
9	10	11	12	

1.5. Koliko je $1 - \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x^2+3x+2}{1-2x+x^2}$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{2}{1-x}$	0	$\frac{3(x+1)}{(1-x)^2}$	$\frac{x+1}{(1-x)^2}$	

1.6. Izračunaj: $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{2013 \cdot 2017}$.

A. $\frac{2016}{2017}$	B. $\frac{504}{2017}$	C. $\frac{2018}{2017}$	D. $\frac{1009}{2017}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------	-----------------------	------------------------	------------------------	------------------------------------

1.7. Ako se stranica \overline{AC} trokuta ABC vidi iz središta tom trokutu **opisane** kružnice pod kutom od 70° , a stranica \overline{BC} pod kutom od 90° , pod kojim se kutom vidi stranica \overline{AB} trokuta ABC iz središta tom trokutu **upisane** kružnice?

A. 140°	B. 100°	C. 30°	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	---------------	------------------------	------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. Koliko cjelobrojnih parova (x, y) zadovoljava jednadžbu $4x - x^2 = y^2 + 2y$?

A. 0	B. 2	C. 4	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------	------	------	------	------------------------------------

1.9. U vreći se nalazi 50 žetona numeriranih brojevima od 1 do 50. Koliko najmanje žetona moramo izvući kako bismo bili sigurni da na izvučenim žetonima postoje tri broja čija je aritmetička sredina cjelobrojna?

A. 3	B. 4	C. 5	D. 6	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------	------	------	------	------------------------------------

1.10. Kojom znamenkom završava umnožak 2017 faktora pri čemu je svaki faktor 333?

A. 3	B. 9	C. 7	D. 1	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------	------	------	------	------------------------------------

1.11. Polumjer pravokutnom trokutu ABC opisane kružnice je 20 cm. Središte tom trokutu opisane kružnice udaljeno je od jedne katete za 15 cm. Kolika je površina pravokutnog trokuta ABC ?

A. $\frac{75\sqrt{7}}{2}$	B. $75\sqrt{7}$	C. $150\sqrt{7}$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------	-----------------	------------------	------------------------	------------------------------------

1.12. Za skupove A , B i C vrijedi: $A \cup B \cup C = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 9\}$, $A \cap B \cap C = \{1, 5\}$, $C \setminus (A \cup B) = \{2, 4\}$, $A \cap (C \setminus B) = \emptyset$ i $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$. Koja od navedenih tvrdnji **ne mora biti točna**?

A. $ A \leq 6$	B. $ B = 5$	C. $ C \geq 4$	D. $ A \cup C = 5$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	--------------	-----------------	---------------------	------------------------------------

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.1. Koji od kompleksnih brojeva $z_1 = 1+i$, $z_2 = 1+2i$, $z_3 = 3i$ je najveći?

A. $z_1 = 1+i$	B. $z_2 = 1+2i$	C. $z_3 = 3i$	D. Ne postoji najveći	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	---------------------------	-------------------------	---------------------------------	---

2.2. Za različite pozitivne brojeve a_1 , a_2 i a_3 definirane su sredine: aritmetička $A_3 = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$, geometrijska

$G_3 = \sqrt[3]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3}$, harmonijska $H_3 = \frac{3}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3}}$ i kvadratna $K_3 = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{3}}$. Koja je od njih najmanja?

A. Aritmetička	B. Geometrijska	C. Harmonijska	D. Kvadratna	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	---------------------------	--------------------------	------------------------	---

2.3. Središnji kut nad tetivom \overline{AB} dane kružnice je 100° . Koliki je kut što ga tangenta na tu kružnicu u točki B zatvara s tetivom \overline{AB} ?

A. 40°	B. 45°	C. 50°	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Kolika je površina skupa određenog uvjetima $|z| < 2$ i $|z-1| \geq |z-2-i|$?

A. $\pi - 2$	B. $\frac{\pi}{2} - 2$	C. $3\pi + 2$	D. $\pi - 4$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------	----------------------------------	-------------------------	------------------------	---

2.5. Koliko rješenja ima jednadžba $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2x$?

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

2.6. Maratonac je trčao od jednog kraja grada do drugog i natrag 3 sata i 20 minuta. Prosječna brzina u jednom smjeru mu je bila 10 km/h, a u drugom 8 km/h. Koliki je put pretrčao maratonac?

A. 30 km	B. $\frac{800}{27}$ km	C. $\frac{400}{27}$ km	D. 15 km	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	----------------------------------	----------------------------------	--------------------	---

2.7. U konačnom nizu MATLIGAMAT...MATLIGA prebrišemo sva slova na parnim mjestima, zatim opet na dobivenom nizu prebrišemo sva slova na parnim mjestima i postupak ponavljamo dok ne ostane napisano samo jedno slovo. Koje je to slovo?

A. M	B. T	C. I	D. A	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

2.8. Za koji realan parametar a su rješenja jednadžbe $x^2 - (2a+1)x - (2a+1)(a-1) = 0$ realna, različita i nenegativna?

A. $\langle \frac{1}{2}, 1 \rangle$	B. $\langle -\frac{1}{2}, 1 \rangle$	C. $[-\frac{1}{2}, 1]$	D. $\langle -\frac{1}{2}, 1 \rangle$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	--	----------------------------------	--	---

2.9. Koliko postoji cijelih brojeva n za koje je $\frac{n-1}{2n+3}$ također cijeli broj?

A. 0	B. 1	C. 2	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

2.10. Broj 12321 je palindrom – čitan s desna na lijevo daje isti broj kao s lijeva na desno. Koliko peteroznamenkastih palindroma postoji?

A. 729	B. 900	C. 1000	D. 648	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	------------------	-------------------	------------------	---

2.11. Tri kruga radijusa r međusobno se dodiruju izvana i zatvaraju dio ravnine. Koliki je polumjer četvrtog kruga u tom dijelu ravnine koji dane krugove dira izvana?

A. $\frac{2\sqrt{3}-3}{3}r$	B. $\frac{\sqrt{3}-3}{3}r$	C. $\frac{2\sqrt{3}-3}{6}r$	D. $\frac{1}{3}r$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------------	-----------------------------	---

2.12. Nepoznate znamenke broja $9*306*2*8*$ treba zamijeniti različitim znamenkama 1, 4, 5 i 7. Na koliko je to načina moguće napraviti tako da dobiveni broj bude djeljiv sa 198?

A. 0	B. 3	C. 6	D. 24	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-----------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.1. Što je ekvivalentno s $x^2 < 4$?

A. $x < 2$	B. $x < \pm 2$	C. $x > -2$ ili $x < 2$	D. $x > -2$ i $x < 2$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	--------------------------	-----------------------------------	---------------------------------	---

3.2. Koliko je $\sin 15^\circ$?

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$	B. $-\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$	C. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$	D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	---	------------------------------------	--	---

3.3. Koliki je temeljni period funkcije $f(x) = \left| 3 \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) \right|$?

A. π	B. 2π	C. 3π	D. 4π	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

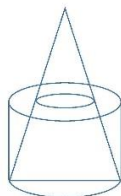
3.4. Koliko rješenja ima jednadžba $\sin \left| \frac{\pi x}{2} \right| = |\log |x||$?

A. 12	B. 10	C. 6	D. 5	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	----------------	----------------	---

3.5. Od svih kružnih isječaka opsega a , nađi onaj s najvećom površinom. Koliki je njegov polumjer?

A. $\frac{a}{3}$	B. $\frac{a}{2}$	C. $\frac{a}{4}$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------	----------------------------	----------------------------	-------------------------------	---

3.6. Uspravni kružni stožac uronjen je u čašu punu vode oblika valjka iste baze do polovice svoje visine tako da mu vrh bude izvan čaše. Kolika količina vode je pri tome iscurila iz čaše, ako je u njoj bilo 6 dl vode? (slika na drugoj strani)



A. 2.5 dl	B. 3.5 dl	C. 0.25 dl	D. 1.75 dl	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	----------------------	----------------------	---

3.7. Kojim eksponentom treba potencirati 9^9 da bi dobili 27^{27} ?

A. 4.5	B. 3	C. 9	D. $\log_9 27$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	----------------	----------------	--------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

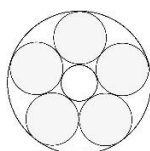
3.8. Zadana je trojka brojeva (3, 10, 23). Provodimo slijedeći postupak: biramo dva broja a_i i a_k ($i \neq j$) te ih zamijenimo s $a_i + 21$, $a_j - 7$. Koja od navedenih trojki brojeva se ne može dobiti uzastopnim ponavljanjem opisanog postupka?

A. (-4, -18, 128)	B. (-60, 199, 23)	C. (-4, 65, 170)	D. (-32, 66, 128)	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------	---

3.9. Koliki je ostatak r pri dijeljenju polinoma $f(x) = 50x^{50} + 49x^{49} + \dots + 2x^2 + x$ polinomom $g(x) = x - 1$?

A. 1275	B. 50	C. 25	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	-----------------	-----------------	-------------------------------	---

3.10. Pet kružnica polumjera r međusobno se dodiruju kao na slici. Nađi zbroj polumjera njima opisane i upisane kružnice.



A. $\frac{r}{\sin 36^\circ}$	B. $\frac{2r}{\sin 36^\circ}$	C. $\frac{r}{2 \cos 36^\circ}$	D. $\frac{r}{2 \sin 72^\circ}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	---	--	--	---

3.11. U kojem intervalu se nalazi rješenje jednadžbe $x^{\log 5} + 120 = 5^{\log x + 2}$?

A. $\langle 0, 5 \rangle$	B. $\langle 5, 15 \rangle$	C. $\langle 15, 125 \rangle$	D. $\langle 125, 500 \rangle$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------------	--------------------------------------	--	---	---

3.12. Koliko cjelobrojnih rješenja ima jednadžba $x^2 + y^2 - 6z = 9$?

A. 0	B. 2	C. beskonačno	D. 6	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	-------------------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Koliki je ostatak pri dijeljenju broja $1! + 2! + 3! + \dots + 50!$ sa 7?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0	5	3	6	

4.2. Koji od kompleksnih brojeva $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 3\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ i $z_3 = 5\left(\cos\frac{13\pi}{4} - i\sin\frac{15\pi}{4}\right)$ ima najveći argument?

A.	B.	C.	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
z_1	z_2	z_3		

4.3. Skup svih točaka ravnine kojima je zbroj udaljenosti od točaka $(-3, 0)$ i $(3, 0)$ jednak 10 je:

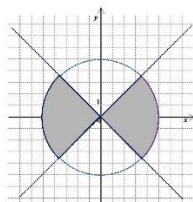
A. Kružnica polumjera 5	B. Elipsa s glavnom osi 5	C. Hiperbola s glavnom osi 5	D. Elipsa s glavnom osi 10	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. Dva vrha jednakostraničnog trokuta duljine stranice 4 leže u fokusima elipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, a jedan vrh u njezinom tjemenu. Kolika je mala os te elipse?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$2\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	12	6	

4.5. Skup svih kompleksnih brojeva na slici zadan je svojstvom:



A. $ z \leq 5$ i $-\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$	B. $ z \leq 5$ i $ \operatorname{tg}(\arg z) \leq 1$	C. $z^2 \leq 25$ i $ \operatorname{tg}(\arg z) \leq 1$	D. $ z \leq 5$ i $\operatorname{tg}(\arg z) \leq 1$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	---	--	---	---

4.6. Najkraća izvodnica kosog stošca jednaka je dijametru baze $2r$, dok najdulja izvodnica zatvara s ravninom baze kut 30° . Koliki je volumen stošca?

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}r^3\pi$	B. $\frac{\sqrt{3}}{2}r^3\pi$	C. $\frac{\sqrt{3}}{6}r^3\pi$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	------------------------	------------------------------------

4.7. Koliko točaka s cjelobrojnim koordinatama zadovoljava nejednakosti $|x| + y > 0$ i $(x-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$?

A. 6	B. 9	C. 2	D. 3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------	------	------	------	------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Koliko je $\binom{2017}{0} + \binom{2017}{1} + \binom{2017}{2} + \dots + \binom{2017}{1007} + \binom{2017}{1008}$?

A. 2^{2017}	B. 2^{1008}	C. 2^{2016}	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------	---------------	---------------	------------------------	------------------------------------

4.9. Koliko je $1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 58 \cdot 60 + 59 \cdot 61$?

A. 73750	B. 73810	C. 141600	D. 146400	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------	----------	-----------	-----------	------------------------------------

4.10. Koliko uređenih parova (x, y) zadovoljava sustav $4 \sin x \cos y = 3$, $4 \cos x \sin y = -1$, $x, y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

A. 0	B. 1	C. 2	D. Beskonačno	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------	------	------	---------------	------------------------------------

4.11. Ako se zna da je jedno rješenje jednadžbe $z^3 + z^2(2i-7) + z(31-5i) - 42 + 2i = 0$ realno, u kojem intervalu se nalazi?

A. $\langle -3, 0 \rangle$	B. $\langle -1, 1 \rangle$	C. $\langle 1, 3 \rangle$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------	----------------------------	---------------------------	------------------------	------------------------------------

4.12. Odredi zbroj svih peteroznamenastih brojeva kojima su sve znamenke različite i koji su zapisani samo znamenkama 1, 3, 5, 7 i 9.

A. 5 555 500	B. 1 388 875	C. 6 666 600	D. 277 775	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------	--------------	--------------	------------	------------------------------------

RJEŠENJA

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.	C	2.1.	D	3.1.	D	4.1.	B
1.2.	B	2.2.	C	3.2.	D	4.2.	C
1.3.	D	2.3.	C	3.3.	B	4.3.	D
1.4.	D	2.4.	A	3.4.	A	4.4.	A
1.5.	A	2.5.	B	3.5.	C	4.5.	B
1.6.	B	2.6.	B	3.6.	B	4.6.	A
1.7.	A	2.7.	A	3.7.	A	4.7.	D
1.8.	D	2.8.	A	3.8.	C	4.8.	C
1.9.	C	2.9.	D	3.9.	A	4.9.	A
1.10.	A	2.10.	B	3.10.	B	4.10.	B
1.11.	C	2.11.	A	3.11.	B	4.11.	C
1.12.	D	2.12.	C	3.12.	C	4.12.	C