MATEMATIČKI KLOKAN J
RJEŠENJA

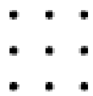
Pitanja za 3 boda:

1. Koji je od sljedećih brojeva višekratnik broja 3?

A) 2009 B) 2 + 0 + 0 + 9 C) (2 + 0) · (0 + 9) D) 2^9 E) 200 - 9

Rješenje: C (2 + 0) · (0 + 9)

2. Koliko najmanje točaka moramo ukloniti iz figure na slici tako da nijedne tri od preostalih točaka ne pripadaju istom pravcu?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7

Rješenje: C Treba ukloniti tri točke po jednoj ili drugoj dijagonala.

3. U utrci je sudjelovalo 2009 ljudi. Broj sudionika koji su bili sporiji od Ivana je tri puta veći od broja sudionika bržih od Ivana. Koje je mjesto zauzeo Ivan?

A) 503 B) 501 C) 500 D) 1503 E) 1507

Rješenje: A $x+1+3x=2009 \Rightarrow x=502$ **.** Ivan je zauzeo 503. mjesto.

4. Koliko je $\frac{1}{2}\,od\,\frac{2}{3}\,od\,\frac{3}{4}\,od\,\frac{4}{5}\,od\,\frac{5}{6}\,od\,\frac{6}{7}\,od\,\frac{7}{8}\,od\,\frac{8}{9}\,od\,\frac{9}{10}\,od\;1000$?

A) 250 B) 200 C) 100 D) 50 E) 150

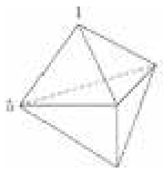
Rješenje: C

5. Dugi niz znamenaka nastao je zapisivanjem broja 2009 uzastopno 2009 puta. Zbroj svih neparnih znamenaka u tom nizu koje neposredno slijedi parna znamenka iznosi:

A) 2 B) 9 C) 4018 D) 18072 E) 18081

Rješenje: D Neparne znamenke 9 slijede parne znamenke 2 i to za svaki zapisani broj 2009 osim posljednjeg. Zbroj svih neparnih znamenki iznosi $2008 \cdot 9 = 18072$

6. Na slici je figura koja ima 6 strana oblika trokuta. Na svakom vrhu je broj. Za svaku stranu zbrajamo tri broja na vrhovima te strane. Ako su sve sume jednake dva broja su 1 i 5 kao na slici, kolika je suma svih 5 brojeva?



A) 9 B) 12 C) 17 D) 18 E) 24

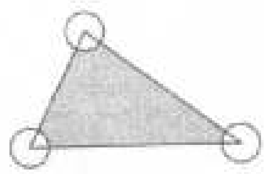
Rješenje: C Nasuprot vrha s brojem 1 je vrh s brojem 1. Ostali vrhovi imaju broj 5.

7. Koliko prirodnih brojeva ima svojstvo da njihovi kubovi i kvadrati imaju jednaki broj znamenaka (u dekadskom sustavu) ?

A) 0 B) 3 C) 4 D) 9 E) beskonačno mnogo

Rješenje: B To su brojevi 1, 2 i 4.

8. Površina trokuta na slici je 80 m², a duljine polumjera kružnica čija su središta u vrhovima trokuta iznose 2 m. Kolika je površina osjenčanog dijela trokuta?



A) 76 B) $80-2\pi$ C) $40-4\pi$
D) $80-\pi$ E) 78π

Rješenje: B Površine kružnih isječaka unutar trokuta su $\frac{\pi}{90°}\cdot\alpha, \frac{\pi}{90°}\cdot\beta, \frac{\pi}{90°}\cdot\gamma$, odn. ukupno $\frac{\pi}{90°}\cdot(\alpha+\beta+\gamma)=2\pi$.

Površina osjenčanog dijela trokuta je $80-2\pi$

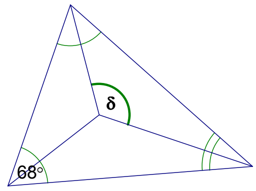
Pitanja za 4 boda:

9. Leo je napisao niz brojeva tako da je svaki broj (od trećeg u nizu) jednak zbroju dva prethodna broja u nizu. Četvrti broj u nizu je 6, a šesti broj u nizu je 15. Koji je 7. broj u nizu?

A) 9 B) 16 C) 21 D) 22 E) 24

Rješenje: E 5. broj u nizu je 15 – 6 = 9, a 7, broj je 15 + 9 = 24.

10. Trokut na slici ima kut od 68˚. Nacrtani su i dijelovi triju simetrala kutova od vrha do njihova sjecišta. Kolika je veličina kuta δ ?



A) 120˚ B) 124˚ C) 128˚ D) 132˚ E) 136˚

Rješenje: B Veličine kutova u zadanom trokutu su 68˚ , 68˚ i 44˚. Veličine dvaju kutova u trokutu s kutom δ su 34˚ i 22˚. Veličina kuta δ je 180˚ – 56˚ = 124˚.

11. Na testu ocjena može biti 0, 1, 2, 3, 4 ili 5. Poslije 4 testa, Majin prosjek je 4. Jedna od rečenica ne može biti točna . Koja?

A) Maja je dobila samo četvorke.
B) Maja je dobila ocjenu 3 točno triput.
C) Maja je dobila ocjenu 3 točno dvaput.
D) Maja je dobila ocjenu 4 točno dvaput.
E) Maja je dobila ocjenu 1 točno jednom.

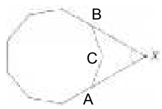
Rješenje: B

12. Ako je $a \square b = ab + a + b$ i $3 \square 5 = 2 \square x$, tada je x jednak:

A) 3 B) 6 C) 7 D) 10 E) 12

Rješenje: C $3 \square 5 = 15 + 3 + 5 = 2x + 2 + x \Rightarrow 21 = 3x \Rightarrow x = 7$

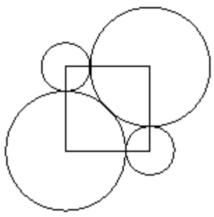
13. Slika prikazuje pravilan deveterokut. Pravci kojima pripadaju dvije stranice zatvaraju kut s vrhom u točki X. Koliki je taj kut?



A) 40° B) 45° C) 50° D) 55° E) 60°

Rješenje: E Kut između dvije stranice deveterokuta je 140°, pa je ∠ CAX=40°. Trokut ABC je jednakokračan, pa je ∠ BAC=20°. U trokutu ABX ∠ ABX=∠ BAX=60°, pa je trokut jednakostraničan, te je ∠ AXB=60°.

14. U vrhovima kvadrata nacrtane su kružnice: 2 veće jednakih radijusa i 2 manje jednakih radijusa. Veće kružnice se međusobno diraju, ali obje diraju i obje manje kružnice. Izračunaj količnik radijusa veće i radijusa manje kružnice.



A) $\frac{2}{9}$ B) $\sqrt{5}$ C) $1+\sqrt{2}$ D) 2.5 E) 0.8π

Rješenje: C Ako kvadrat ima stranicu duljine a, tada je radijus velike kružnice R = $\frac{a\sqrt{2}}{2}$,

a male r = $\frac{a\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}$. Količnik radijusa veće i radijusa manje kružnice je $1+\sqrt{2}$.

15. Razlika između $\sqrt{n}$ i 10 manja je od 1. Koliko takvih cijelih brojeva n ima?

A) 19 B) 20 C) 39 D) 40 E) 41

Rješenje: C $\left|\sqrt{n}-10\right| < 1$ $\left|\sqrt{n}-10\right| < 1 \Rightarrow -1 < \sqrt{n}-10 < 1 \Rightarrow 81 < n < 121$. Takvih brojeva ima 39.

16. Želimo obojiti kvadratičnu rešetku koristeći Crvenu, Plavu, Zelenu i Smeđu boju, tako da su susjedni kvadrati različitih boja (kvadrati se smatraju susjedni ako imaju istu stranicu ili isti vrh). Kojom bojom ćemo obojiti zatamnjeni kvadrat?

P	C			
Z	S			
		C		
C				

A) samo crveno B) samo zeleno C) samo smeđe D) zeleno ili smeđe E) nemoguće je odrediti

Rješenje: D

P	C	P	C	P
Z	S	Z	S	Z
C	P	C	P	C
Z	S	Z	S	
C	P	C	P	C

P	C	P	C	P
Z	S	Z	S	Z
C	P	C	P	C
S	Z	S	Z	
C	P	C	P	C

Pitanja za 5 bodova:

17. Na otoku istinoljubaca i lažaca 25 ljudi stoje u redu. Svi osim prve osobe u redu, kažu da je osoba ispred njih lažac. Prva osoba u redu kaže da su sve osobe koje stoje iza nje u redu lašci. Koliko je lažaca u redu? (istinoljupci uvijek govore istinu, a lašci uvijek neistinu).

A) 0 B) 12 C) 13 D) 24 E) nemoguće je utvrditi

Rješenje: C

18. Koliko znamenki 0 se može upisati na mjesto znaka $*$ u decimalnom zapisu $1.*1$ da bi se dobio broj manji od $\frac{2009}{2008}$ a veći od $\frac{20009}{20008}$?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: C $\frac{2009}{2008} \approx 1.00049800796...$ $\frac{20009}{20008} \approx 1.000049980007...$

19. Ako je $a = 2^{25}, b = 8^{8}$ i $c = 3^{11}$, tada je

A) $a<b<c$ B) $b<a<c$ C) $c<b<a$ D) $c<a<b$ E) $b<c<a$

Rješenje: C $a = 2 \cdot 2^{24} = 2 \cdot 4^{12}$, $b = 2^{24} = 4^{12} \Rightarrow a>b$ $4^{12} > 3^{12} > 3^{11} \Rightarrow b>c$

20. Svi djelitelji broja N, različiti od 1 i N, zapisani su u nizu. Najveći djelitelj u tom nizu 45 puta je veći od najmanjeg djelitelja. Koliko brojeva zadovoljava taj uvjet?

A) 0 B) 1 C) 2 D) više od 2 E) nemoguće odrediti

Rješenje: C To su brojevi 180 i 405.

21. Koliko 10 – eroznamenkastih brojeva sastavljenih isključivo od znamenaka 1, 2 i 3 ima takvih da je razlika dvije susjedne znamenke jednaka 1?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 80 E) 100

Rješenje: C

22. Branko želi smjestiti simbole u kvadratiće ploče 4×4 tako da su brojevi simbola po retcima i stupcima različiti (kvadratić može biti prazan, ali u njemu može biti i više od jednog simbola). Koji je najmanji broj simbola koji se može smjestiti na ploču?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

Rješenje: C

23. Za koji je najmanji cijeli broj n vrijednost izraza $\left(2^2-1\right)\cdot\left(3^2-1\right)\cdot\left(4^2-1\right)\cdot\ldots\cdot\left(n^2-1\right)$ potpuni kvadrat?

A) 6 B) 8 C) 16 D) 27 E) neki drugi broj

Rješenje: B $3\cdot 8\cdot 15\cdot 24\cdot 35\cdot 48\cdot 63 = 2^{10}\cdot 3^{6}\cdot 5^{2}\cdot 7^{2}$

24. Petko je u nizu napisao nekoliko različitih prirodnih brojeva manjih od 11. Robinson Crusoe proučio je te brojeve i sa zadovoljstvom uočio da je u svakom paru susjednih brojeva jedan od brojeva djelitelj drugoga. Koliko najviše brojeva je Petko napisao?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Rješenje: D 10 5 1 9 3 6 2 8 4 ili 10 5 1 9 3 6 2 4 8 ili 9 3 6 2 4 8 1 5 10...