

MATEMATIČKI KLOKAN J
RJEŠENJA

Pitanja za 3 boda:

1. Podijelimo li 20102010 sa 2010 dobiti ćemo:

- A) 11 B) 101 C) 1001 D) 10001 E) nije cijeli broj

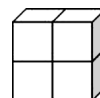
Rješenje : D

2. Na ispitu je Ivan sakupio 85% bodova, a Tibor 90% bodova, s tim da Tibor ima samo 1 bod više od Ivana. Koji je najveći broj bodova na tom ispitu?

- A) 5 B) 17 C) 18 D) 20 E) 25

Rješenje : D $\frac{85}{100}x + 1 = \frac{90}{100}x \Rightarrow x = 20$

3. Tijelo na slici sastavljeno je od 4 jednake kocke. Oplošje svake kocke je 24 cm^2 . Koliko je oplošje tijela?



- A) 80 cm^2 B) 64 cm^2 C) 40 cm^2 D) 32 cm^2 E) 24 cm^2

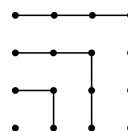
Rješenje : B Strana manje kocke je $24 \text{ cm}^2 : 6 = 4 \text{ cm}^2$, veće tijelo ima 16 takvih strana, pa je $4 \text{ cm}^2 \times 16 = 64 \text{ cm}^2$

4. Svake godine za rođendan Sanja dobije onoliko ruža koliko joj je godina. Ona to cvijeće uvijek osuši i sačuva, te sad ima 120 ruža. Koliko godina ima Sanja?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 20

Rješenje : B $1 + 2 + 3 + \dots + 15 = 120$

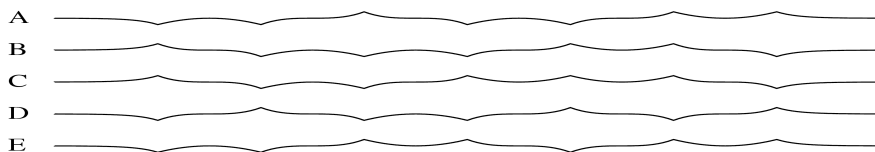
5. Pomoću slike vidimo da je $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4$.
Koliko je vrijednost od $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 19 + 21 + 23$?



- A) 12×12 B) 13×13 C) $4 \times 4 \times 4$ D) 16×16 E) 4×11

Rješenje : A

6. List papira smo tri puta preklopili na pola i onda ga potpuno odmotali, tako da kada gledamo sa strane vidimo 7 pregiba kako se dižu i spuštaju. Koju od slijedećih slika ne možemo dobiti na taj način?



Rješenje : D

7. Oba reda imaju istu sumu. Kolika je vrijednost * ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

- A) 1010 B) 1020 C) 1910 D) 1990 E) 2010

Rješenje : C Budući je u drugom redu svaki broj veći za 10 od odgovarajućeg broja u prvom redu, to je traženi broj za 100 manji od 2010.

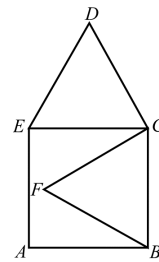
8. Rina odlazi na odmor u Veronu i planira prijeći najmanje jednom preko 5 mostova na rijeci Adige. Šetnju je započela i završila kod željezničke stanice prelazeći rijeku isključivo preko tih 5 mostova. Tijekom šetnje prešla je rijeku n puta. Koja je moguća vrijednost broja n ?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Rješenje : D Da bi Rina prešla 5 mostova i vratila se na istu obalu mora prijeći najmanje 6 puta rijeku.

Pitanja za 4 boda:

9. Četverokut ABCD je kvadrat, a BCF i CDE su jednakostranični trokuti. Ako je $|AB| = 1$, kolika je $|FD|$?



- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5} - 1$ E) $\sqrt{6} - 1$

Rješenje : A $\angle BCF = 60^\circ \Rightarrow \angle FCE = 30^\circ \Rightarrow \angle FCE + \angle ECD = 90^\circ$.

Trokut FCD je pravokutan jednakokrčan, pa je $|FD| = \sqrt{2}$

10. Učitelj mi je rekao da je ove godine umnožak njegovih godina i godina njegovog oca jednak 2010. Koje je godine rođen moj učitelj?

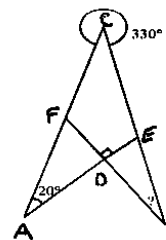
- A) 1943 B) 1953 C) 1980 D) 1995 E) 2005

Rješenje : C $2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67 = 30 \cdot 67$ Učitelj ima 30 a otac 67 godina, učitelj je rođen 1980-te godine.

11. Kolika je veličina kuta označenog upitnikom?

- A) 10° B) 20° C) 30° D) 40° E) 50°

Rješenje : D $\angle ADF = 90^\circ \Rightarrow \angle AFD = 70^\circ \Rightarrow \angle DFC = 110^\circ$, $\angle FCE = 30^\circ \Rightarrow \angle CED = 130^\circ$
 $\Rightarrow \angle DEB = 50^\circ \Rightarrow \angle DBE = 40^\circ$



12. Tri su utorka u mjesecu bila na parni datum. Dvadesetprvi dan tog mjeseca bio je:

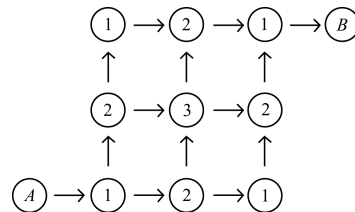
- A) srijeda B) četvrtak C) petak D) subota E) nedjelja

Rješenje : E Da bi u mjesecu imali tri parna utorka, to moraju biti 2, 16 i 30. Tada je 21. nedjelja.

13. Slijedeći strelice krećemo se krugovima na slici od A do B, usput zbrajajući brojeve u krugovima. Koliko različitih zbrojeva možemo imati na kraju?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

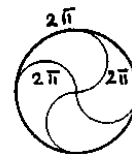
Rješenje : B Idući od A do B možemo dobiti samo dvije sume 7 i 9.



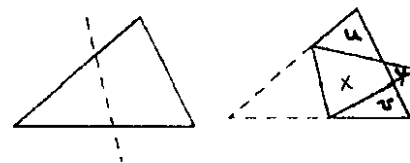
14. Četiri polukružnice duljine polumjera 2 cm dijele krug polumjera duljine 4 cm na četiri jednaka dijela. Koliki je opseg jednog takvog dijela?

- A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 12π

Rješenje : C $O = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi + 2 \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \pi \right) = 6\pi$



15. Trokut je presavinut preko iscrtkanog pravca, a lik dobiven takvim presavijanjem vidi se na slici. Površina trokuta 1.5 puta je veća od lika dobivenog presavijanjem. Ukupna površina tri osjenčana dijela je 1. Odredi površinu zadanog trokuta.



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) nemoguće izračunati

Rješenje : B $u + y + v = 1 \Rightarrow u + v = 1 - y$ uvrstimo li $u + v$ u jednadžbu $x + y + u + x + v = 1,5(u + x + y + v)$ dobijemo da je $x = 1$, pa je $P = x + y + u + x + v = 3$

16. U supermarketu se nalaze dva reda kolica naguranih jedna u druga. U prvom je redu 10 kolica i on je dugačak 2.9 m. U drugom je redu 20 kolica i on je dugačak 4.9 m. Kolika je duljina jednih kolica?

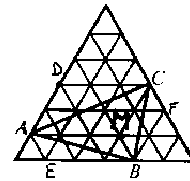


- A) 0.8 m B) 1 m C) 1.1 m D) 1.2 m E) 1.4 m

Rješenje : C Ako sa x označimo duljinu kolica, a sa y razmak između ručki dviju uzastopnih kolica, onda je:
 $x + 9y = 2.9$ i $x + 19y = 4.9 \Rightarrow y = 0.2$ m, a $x = 1.1$ m.

Pitanja za 5 bodova:

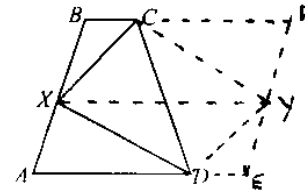
17. Jednakostraničan trokut na slici sastoji se od 36 malih jednakostraničnih trokuta površine 1cm^2 . Koja je površina trokuta ABC?



- A) 11cm^2 B) 12cm^2 C) 13cm^2 D) 14cm^2 E) 15cm^2

Rješenje : A $P_{ABC} = \frac{1}{2}P_{AEBM} + \frac{1}{2}P_{BFCM} + \frac{1}{2}P_{CDAM} = 3 + 2 + 5 = 11\text{cm}^2$

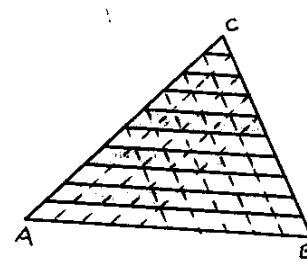
18. U jednakokračnom trapezu ABCD, X je polovište kraka AB, $|BX|=1$, a $|\angle CXD|=90^\circ$. Koliki je opseg trapeza?



- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) nemoguće je odrediti

Rješenje : B $|DE|=|BC|$, $|CF|=|AD|$, XDYC je pravokutnik, pa je $|CD|=|XY|$
 $|XY|=2s=|AD|+|CB|=2$, jer za jednakokračan trapez vrijedi da je $|AB|=|CD|=2$

19. Pravci usporedni s osnovicom trokuta dijele svaku od preostalih stranica na 10 sukladnih dužina. Koliki dio površine trokuta je obojan sivom bojom?



- A) 42.5% B) 45% C) 46% D) 47.5% E) 50%

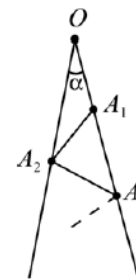
Rješenje : B Povučemo li paralele sa stranicom AC i zatim sa BC trokut ćemo podijeliti na 100 sukladnih trokuta, od kojih je 45 obojano sivo.

20. Za koliko je prirodnih brojeva n ($1 \leq n \leq 100$) broj n^n potpuni kvadrat?

- A) 5 B) 50 C) 55 D) 54 E) 15

Rješenje : C Svi parni brojevi $2^2, 4^4 = (4^2)^2, 6^6 = (6^3)^2$ ukupno 50, a od neparnih samo $1, 9^9 = (3^2)^9 = (3^9)^2, 25, 49, 81$ ukupno 55 prirodnih brojeva.

21. Veličina kuta α na slici iznosi 7° , a dužine $\overline{OA_1}, \overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots$, su sukkladne. Koji je najveći broj dužina koji se može nacrtati na ovaj način uz uvjet da se udaljavamo od točke O?



- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) nemoguće je odrediti

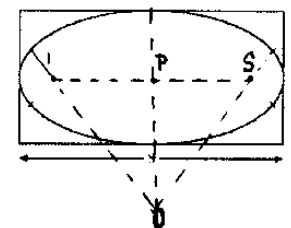
Rješenje : D U jednakokračnom trokutu $O A_1 A_2$ kut pri vrhu O i A_2 je 7° , a pri vrhu A_1 166° , u jednakokračnom trokutu $A_1 A_2 A_3$ kut pri vrhu A_1 i A_3 je 14° , a pri vrhu A_2 152° , u jednakokračnom trokutu $A_2 A_3 A_4$ kut pri vrhu A_2 i A_4 je 21° , a pri vrhu A_3 138° , u jednakokračnom trokutu $A_3 A_4 A_5$ kut pri vrhu A_3 i A_5 je 28° , a pri vrhu A_4 $124^\circ, \dots$ pri vrhu A_{12} kut je 12° znači možemo nacrtati 13 dužina.

22. Koliko troznamenkastih brojeva ima svojstvo da im je srednja znamenka aritmetička sredina ostale dvije?

- A) 9 B) 12 C) 16 D) 25 E) 45

Rješenje : E To su brojevi 111, 123, 135, 147, 159, 210, 222, 234, 246, 258, ... 999

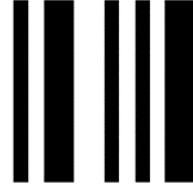
23. Ovalan lik je sastavljen od 4 kružna luka dviju kružnica. Desni i lijevi kružni luk međusobno su jednaki, isto tako gornji i donji kružni luk međusobno. Oval ima vertikalnu i horizontalnu os simetrije i savršeno se može smjestiti u pravokutnik stranica duljine 4 i 8. Duljina polumjera manje kružnice je 1. Kolika je duljina polumjera veće kružnice?



- A) 6 B) 6.5 C) 7 D) 7.5 E) 8

Rješenje : A $|OS|=x-1, |OP|=x-2, |SP|=3 \quad |SP|=3 \Rightarrow (x-1)^2 = (x-2)^2 + 3^2 \quad x=6$

24. Bar-kod na slici sastavljen je od crnih i bijelih pruga, uvijek počinje i završava s crnom prugom. Svaka pruga (bijela ili crna) široka je 1mm ili 2mm, a ukupna širina bar-koda je 12 mm. Koliko različitih kodova je moguće realizirati, uvijek čitajući s lijeva u desno ?



- A) 24 B) 132 C) 66 D) 12 E) 116

Rješenje : E

Raspored crnih i bijelih pruga može biti sljedeći:

1. 5 crnih i 4 bijele (kao na slici)
2. 4 crne i 3 bijele
3. 6 crnih i 5 bijelih.

U 1. slučaju imamo 84 mogućnosti različitih razmještaja s obzirom na širinu pruga ($40 + 10 + 30 + 4$). U 2. slučaju imamo 21 mogućnost različitih razmještaja s obzirom na širinu pruga ($3 + 12 + 6$). U 3. slučaju imamo 11 mogućnosti različitih razmještaja s obzirom na širinu pruga ($5 + 6$). Ukupno 116.