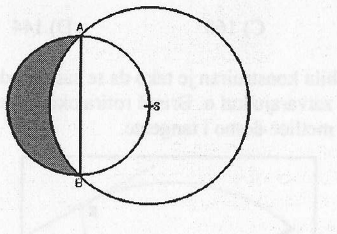
20. Dva kruga nacrtana su kao na slici. Dužina AB promjer je manjeg kruga. Središte većeg kruga nalazi se na manjoj kružnici, a polumjer većeg kruga ima duljinu r. Kolika je površina osjenčanog dijela?



A) $\frac{1}{2}\cdot r^2$ B) $\frac{\sqrt{3}\cdot\pi}{12}\cdot r^2$ C) $\frac{\pi}{6}\cdot r^2$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot r^2$ E) neki drugi odgovor

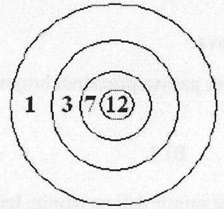
21. Niz numeričkih funkcija $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$,... zadovoljava sljedeće uvjete: $f_1(x)=x$ i $f_{n+1}(x)=\frac{1}{1-f_n(x)}$. Odredi vrijednost $f_{2011}(2011)$.

A) 2011 B) $-\frac{1}{2010}$ C) $\frac{2010}{2011}$ D) 1 E) -2011

22. Avio – kompanija naplaćuje taksu za prtljagu ako masa prtljaga po osobi prelazi određeni iznos. Za svaki kilogram viška naplaćuje se taksa. Masa prtljage bračnog para Zetić iznosi 60 kg i naplaćena im je taksa od 3 €. Prtljaga gđe Čudić ima istu masu kao i prtljaga Zetićevih, ali joj je naplaćena taksa od 10,50 €. Kolika je maksimalna masa prtljage bez naplate takse?

A) 10 kg B) 18 kg C) 20 kg D) 25 kg E) 39 kg

23. Robin Hood pogodio je tri puta metu koja je bodovana kao na slici. Pri tome osvojio je određeni broj bodova. Koliko je različitih zbrojeva bodova mogao postići?



A) 13 B) 17 C) 19 D) 20 E) 21

24. Dvadeset različitih prirodnih brojeva je upisano u tablicu 4 x 5. Bilo koja dva susjeda (brojevi u kvadratićima sa zajedničkom stranicom) imaju zajednički djelitelj veći od 1. Ako je n najveći broj u tablici, nađi njegovu najmanju moguću vrijednost.

A) 21 B) 24 C) 26 D) 27 E) 40

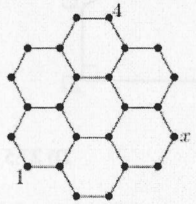
Rješenja zadataka bit će objavljena 26. travnja 2011. godine na internet stranici HMD-a.
Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 2. svibnja 2011. godine na internet stranici HMD-a.
Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se od 25. svibnja 2011. godine
Obavijesti se mogu dobiti na Internetu - http://www.matematika.hr/klokan

MATEMATIČKI KLOKAN S
6 500 000 sudionika u 51 zemlji Europe, Amerike, Afrike i Azije
Četvrtak, 17. ožujka 2011. – Trajanje 75 minuta
Natjecanje za Student (IV. razred S.Š.)

* Natjecanje je pojedinačno. **Računala su zabranjena.**
* **Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan točan.**
* Prvih osam pitanja donosi po 3 boda, drugih osam po 4 boda, a trećih osam po 5 bodova.
* Ako nijedan odgovor nije zaokružen ili su zaokružena dva ili više odgovora zadatak donosi 0 bodova.
* Ako je zaokruženi odgovor pogrešan, oduzima se četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.
* Svaki sudionik u natjecanju dobiva simboličan dar, a deset posto najboljih nagradu.

Pitanja za 3 boda:

1. Zbrojevi brojeva pridruženih krajnjim točkama iste dužine su jednaki, za sve dužine na slici. Dva broja su već pridružena dvjema krajnjim točkama. Koji broj treba pridružiti točki označenoj s x?

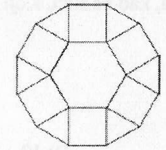


A) 5 B) 4 C) 3 D) 1 E) nedovoljno podataka

2. Svi četveroznamenkasti brojevi čija je suma znamenaka 4 napisani su u padajućem nizu. Na kojem mjestu u tom nizu se nalazi broj 2011?

A) 10. B) 9. C) 8. D) 7. E) 6.

3. Lik na slici sastoji se od pravilnog šesterokuta, šest trokuta i šest kvadrata. Duljina stranice pravilnog šesterokuta je 1 cm. Koliki je opseg tog lika?



A) $6(1+\sqrt{2})$ cm B) $6(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm C) 9 cm D) $(6+3\sqrt{2})$ cm E) 12 cm

4. Mihael, Fernando i Sebastijan sudjelovali su u utrci. Odmah nakon starta, Mihael je bio prvi, Fernando drugi, a Sebastijan treći. Tijekom utrke Mihael i Fernando prestizali su se međusobno 9 puta, Fernando i Sebastijan 10 puta, a Mihael i Sebastijan 11 puta. U kojem poretku su završili utrku?

A) Mihael, Fernando, Sebastijan
B) Sebastijan, Mihael, Fernando
C) Fernando, Sebastijan, Mihael
D) Sebastijan, Fernando, Mihael
E) Fernando, Mihael, Sebastijan

5. Ako je $2^x=15$ i $15^y=32$, tada je $x\cdot y$ jednak:

A) 5 B) $\log_2 15+\log_{15}32$ C) $\log_2 47$ D) 7 E) $\sqrt{47}$

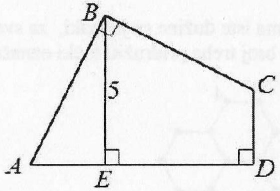
6. Andrija je napisao na ploči neparne prirodne brojeve manje od 2012, zatim je Boris obrisao među njima sve višekratnike broja 3. Koliko je brojeva ostalo na ploči?

A) 335 B) 336 C) 671 D) 1005 E) 1006

7. Imamo dvije kocke s bridovima duljina a dm i $a + 1$ dm. Veća kocka puna je vode, dok je manja prazna. Prelijevamo vodu iz veće u manju kocku dok je ne napunimo, ostavljajući tako 217 litara vode u većoj kocki. Koliko je vode bilo u većoj kocki?

A) 243 l B) 512 l C) 125 l D) 1331 l E) 729 l

8. Za četverokut ABCD na slici vrijedi: $|AB| = |BC|$, $|\angle ABC| = |\angle ADC| = 90°$, $BE \perp AD$, $|BE| = 5$. Kolika je površina četverokuta ABCD?



A) 20 B) 22.5 C) 25 D) 27.5 E) 30

Pitanja za 4 boda:

9. Veći pravokutnik podijeljen je na tri manja pravokutnika. Jedan od manjih ima stranice duljina 7 i 11. Drugi od manjih ima stranice duljina 4 i 8. Nađi duljine stranica trećeg od manjih pravokutnika s maksimalnom površinom.

A) 1 i 11 B) 3 i 4 C) 3 i 8 D) 7 i 8 E) 7 i 11

10. Mihael želi upisati brojeve u kvadratiće tako da zbroj u svakom kvadratu 2 x 2 iznosi 10. Četiri broja su već upisana, kao na slici. Koji od sljedećih brojeva može biti zbroj preostalih pet brojeva u kvadratu?

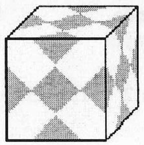
	2	
1		3
	4	

A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) nijedan od ponuđenih brojeva nije rješenje

11. Na skijaški izlet išlo je 48 djece. Šestoro od njih bilo je s jednim bratom ili sestrom, devetero je bilo s točno dvoje braće ili sestara i četvero od njih s točno troje braće ili sestara. Ostala djeca nisu imala braće i sestara na izletu. Koliko je obitelji išlo na izlet?

A) 19 B) 25 C) 31 D) 36 E) 48

12. Šimun ima staklenu kocku brida duljine 1 dm. Na strane kocke nalijepio je sukladne kvadrate zlatne boje, tako da kocka sa svih strana izgleda jednako, što se može vidjeti na slici. Koliko je površine kocke zlatne boje?

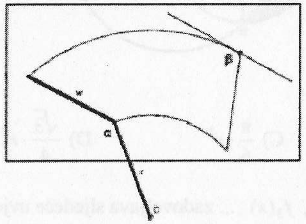


A) 375 cm² B) 300 cm² C) 225 cm² D) 150 cm² E) 37.5 cm²

13. Peteroznamenkasti broj $\overline{abcde}$ naziva se *zanimljivim* ako su mu sve znamenke međusobno različite i ako vrijedi $a = b + c + d + e$. Koliko ima *zanimljivih* brojeva?

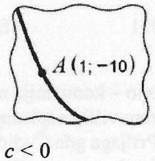
A) 288 B) 216 C) 168 D) 144 E) 72

14. Brisač zadnjeg stakla na automobilu konstruiran je tako da se sastoji od dva dijela jednake duljine, metlice w i štapića r koji su spojeni tako da zatvaraju kut α. Brisač rotira oko točke C i briše površinu stakla, kao na slici. Odredi veličinu kuta β između metlice desno i tangente.



A) $\frac{3\pi - \alpha}{2}$ B) $\pi - \frac{\alpha}{2}$ C) $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ D) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ E) $\pi + \frac{\alpha}{2}$

15. U pravokutnom koordinatnom sustavu xOy, na paraboli $y = ax^2 + bx + c$ bila je označena točka $A(1, -10)$. Nakon toga, koordinatne osi i skoro cijela parabola su izbrisane, kao na slici. Koja od sljedećih izjava može biti netočna?



A) $a > 0$ B) $b < 0$ C) $a + b + c < 0$ D) $b^2 > 4ac$ E) $c < 0$

16. Odredi zbroj svih pozitivnih cijelih brojeva x manjih od 100 za koje je izraz x^2-81 višekratnik broja 100.

A) 200 B) 100 C) 90 D) 81 E) 50

Pitanja za 5 bodova:

17. Koliko uređenih parova prirodnih brojeva (x, y) zadovoljava jednakost $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

18. Braća Alan i Branimir dali su istinite izjave o broju članova njihovog šahovskog kluba. Alan je rekao: " Svi članovi kluba, osim njih 5, su dječaci". Branimir je izjavio: " U svakoj grupi od 6 članova najmanje su četiri djevojke". Koliko članova ima njihov šahovski klub?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 12 E) 18

19. U bubnju se nalaze loptice. Na svakoj od njih napisan je prirodni broj i nema loptica s jednakim brojevima. Brojevi djeljivi sa 6 napisani su na 30, brojevi djeljivi sa 7 na 20, a brojevi djeljivi s 42 na 10 loptica. Koliko najmanje loptica mora biti u bubnju?

A) 30 B) 40 C) 53 D) 54 E) 60