



# MATEMATIČKI KLOKAN

u 96 država Europe, Amerike, Afrike, Australije i Azije

Četvrtak, 16. ožujka 2023. – trajanje 75 minuta  
Natjecanje za Student (IV. razred SŠ)

# S

- \* Natjecanje je pojedinačno. **Računala nisu dopuštena.** Svaki sudionik u natjecanju dobiva simboličan dar, a deset posto najboljih nagradu.
- \* **Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan točan.**
- \* U prvih četiri zadatka točno rješenje zadatka donosi 3 boda, u drugima četiri 4 boda, a u trećima četiri 5 bodova.
- \* Ako u zadatku nije odabran odgovor ili su zacrtnjena dva ili više odgovora istoga zadatka, dobiva se 0 bodova.
- \* Za netočan odgovor ne dobivaju se bodovi, nego se oduzima četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.

## Pitanja za 3 boda:

1. Izračunaj  $\frac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$ .

A) 1

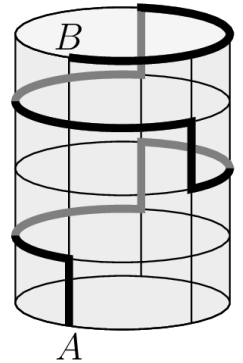
B)  $\frac{7}{10}$

C)  $\frac{49}{10}$

D)  $\frac{77}{110}$

E) 49

2. Mrav hoda po valjku visine 15 cm i opsega baze 30 cm. Krenuo je iz točke A, pomicao se samo vertikalno prema gore ili horizontalno po kružnim lukovima te došao do točke B, kako je prikazano na slici. Koliki je put mrav prešao?



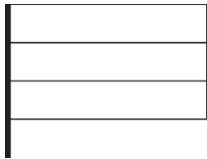
A) 45 cm

B) 55 cm

C) 60 cm

D) 65 cm

E) 75 cm



3. Ema ima četiri različite bojice. Želi obojiti zastavu s tri pruge, kao na slici, tako da svaka pruga bude jedne boje te da nikoje dvije susjedne pruge ne budu iste boje. Na koliko to načina može napraviti?

A) 24

B) 27

C) 32

D) 36

E) 64

4. Koliko ima prirodnih brojeva  $n$  koji su djeljivi samo s tri različita broja,  $i$  to brojevima 1, 2 i  $n$ ?

A) 0

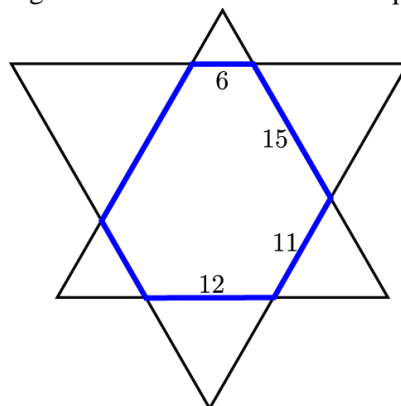
B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

5. Dva su jednakokranična trokuta smještena tako da tvore šesterokut kojemu su nasuprotne stranice paralelne, kao na slici. Znamo duljine četiriju stranica toga šesterokuta. Koliko iznosi opseg šesterokuta?



A) 64

B) 66

C) 68

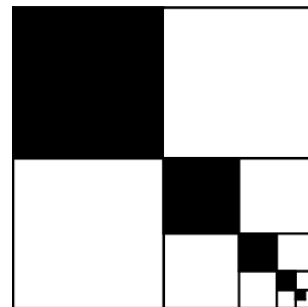
D) 70

E) 72

6. Koliko parova prirodnih brojeva  $x$  i  $y$  zadovoljava jednačbu  $x + 2y = 2^{10}$ ?

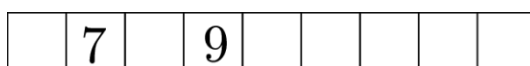
- A)  $2^9 - 1$       B)  $2^9$       C)  $2^9 + 1$       D)  $2^9 + 2$       E) 0

7. Kvadrat površine 84 podijeljen je na četiri sukladna kvadrata. Gornji lijevi obojen je crno. Donji desni ponovo je podijeljen na četiri sukladna kvadrata. Gornji lijevi obojen je crno. Ovaj proces ponavlja se u beskonačnost. Kolika je ukupna površina obojena crno?



- A) 24      B) 28      C) 31      D) 35      E) 42

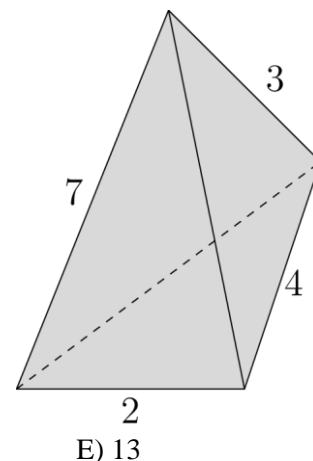
8. Pia želi upisati prirodne brojeve od 1 do 9 u devet kvadratića na slici tako da zbroj brojeva u bilo koja tri susjedna kvadratića bude višekratnik broja 3. Brojevi 7 i 9 već su upisani. Na koliko načina Pia može popuniti preostale kvadratiće?



- A) 9      B) 12      C) 15      D) 18      E) 24

#### Pitanja za 4 boda:

9. Duljine bridova trostrane piramide prirodni su brojevi. Četiri duljine prikazane su na slici. Koliki je zbroj duljina preostalih dvaju bridova?



- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

10. Za svaki prirodan broj  $n$  definiran je broj  $n!$  kao umnožak svih prirodnih brojeva od 1 do  $n$ , primjerice  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$ . Odredi zbroj znamenaka broja  $N$  za koji vrijedi  $N! = 6! \cdot 7!$ .

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 8      E) 9

11. Grafovi funkcija  $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$  prolaze kroz jednu zajedničku točku bez obzira na odabir parametra  $a$ . Odredi zbroj koordinata te točke.

- A) 2      B) 4      C) 7      D) 8      E) Ništa od navedenog.

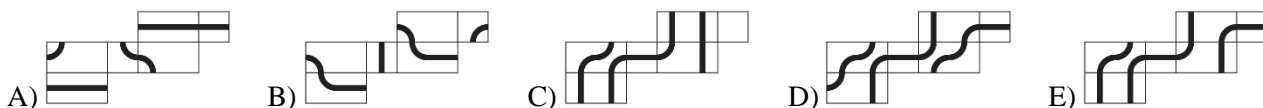
12. Dani su brojevi  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  čiji je zbroj  $S$ . Znamo da vrijedi  $a_k = k + S$  za svaki  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Koliko iznosi  $S$ ?

- A)  $\frac{15}{4}$       B)  $-\frac{15}{4}$       C)  $-15$       D) 15      E) Ništa od navedenog.

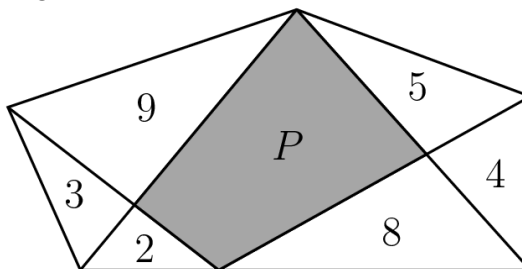
13. Koliko parova prirodnih brojeva  $m$  i  $n$  zadovoljava nejednakost  $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$ ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

14. Leon je nacrtao zatvorenu krivulju na kvadru, a zatim je kvadar razmotao u mrežu. Koja od danih mreža može biti mreža Leonova kvadra?



15. Peterokut je podijeljen na manje dijelove kao što je prikazano na slici. Unutar svakog trokuta piše njegova površina. Kolika je površina osjenčanog četvorkuta  $P$ ?



- A) 15      B)  $\frac{31}{2}$       C) 16      D) 17      E) 18

16. Koliko je prirodnih brojeva koji dijele broj  $2^{20}3^{23}$ , no ne dijele broj  $2^{10}3^{20}$ ?

- A) 13      B) 30      C) 273      D) 460      E) Ništa od navedenog.

### Pitanja za 5 bodova:

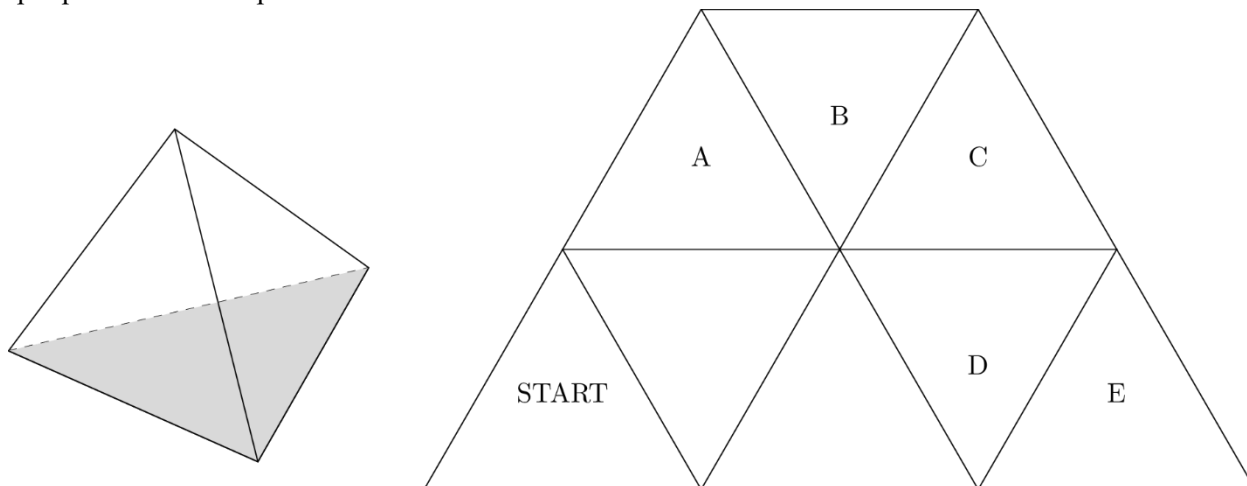
17. Dvije realne funkcije realne varijable,  $f$  i  $g$ , zadovoljavaju jednačbe  $f(x) + 2g(1 - x) = x^2$  i  $f(1 - x) - g(x) = x^2$ . Odredi  $f$ .

- A)  $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$       B)  $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$       C)  $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$       D)  $x^2 - 4x + 5$       E) Ne postoje takve funkcije.

18. Na natjecanju u *boulderingu* 13 se penjača natječe u tri kruga. Rezultat svakog natjecatelja umnožak je njegovih plasmana u svakom od tri kruga. Primjerice, ako jedan penjač u prvom krugu bude 4., u drugom 3., a u trećem krugu 6., njegov je konačan rezultat  $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$ . Što je konačan rezultat veći, to je ukupni plasman niži. Hana je u dva kruga zauzela 1. mjesto. Koji je njezin najniži mogući ukupni plasman?

- A) 2.      B) 3.      C) 4.      D) 5.      E) 6.

19. Jedna je strana pravilnog tetraedra obojena. Ta se strana na ploči postavi na polje START. Tetraedar sada pomičemo iz polja u polje rotirajući ga oko jednog brida. Na kojem će polju biti tetraedar kada obojena strana prvi put ponovo bude na ploči?

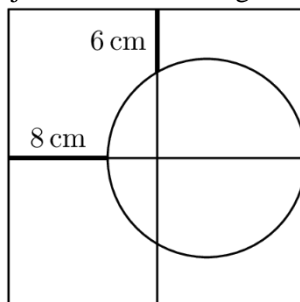


- A) A      B) B      C) C      D) D      E) E

20. Funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadovoljava nejednakost  $f(x - 5) + 2 \leq x - 2023 \leq f(x + 4) - 7$  za sve realne brojeve  $x$ .  
 Odredi nultočku te funkcije.

- A) 2016                      B) 2020                      C) 2021                      D) 2023                      E) 2025

21. Kvadrat je podijeljen je na četiri sukladna kvadrata, kao na slici. Kružnica dodiruje desnu stranicu velikoga kvadrata u njezinom polovištu. Kolika je duljina stranice velikog kvadrata?

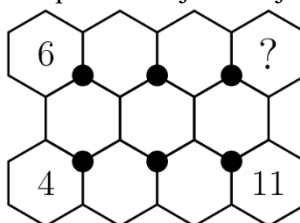


- A) 18 cm                      B) 20 cm                      C) 24 cm                      D) 28 cm                      E) 30 cm

22. Koji je najveći zajednički djelitelj svih brojeva oblika  $n^3(n + 1)^3(n + 2)^3(n + 3)^3(n + 4)^3$ , gdje je  $n$  prirodan broj?

- A)  $2^9 3^3$                       B)  $2^3 3^3 5^3$                       C)  $2^6 3^3 5^3$                       D)  $2^8 3^2 5^3$                       E)  $2^9 3^3 5^3$

23. Unutar šesterokuta na slici treba upisati sve prirodne brojeve od 1 do 11 tako da zbroj triju brojeva oko svake od šest crnih točaka bude jednak. Tri broja već su upisana. Koji će broj biti upisan u šesterokut s upitnikom?



- A) 1                              B) 3                              C) 5                              D) 7                              E) 9

24. Umnožak šest uzastopnih prirodnih brojeva dvanaestoznamenkast je broj oblika  $\overline{abb\ cdd\ cdd\ abb}$ , gdje su znamenke  $a, b, c$  i  $d$  također četiri uzastopna broja u nekom poretku. Koja je vrijednost znamenke  $d$ ?

- A) 1                              B) 2                              C) 3                              D) 4                              E) 5