

# MATEMATIČKI KLOKAN

u 98 država Europe, Amerike, Afrike, Australije i Azije

Petak, 22. ožujka 2024. – trajanje 75 minuta  
Natjecanje za Student (IV. razred SŠ)

# S

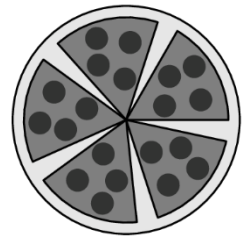
- \* Natjecanje je pojedinačno. **Računala nisu dopuštena.** Svaki sudionik u natjecanju dobiva simboličan dar, a deset posto najboljih nagradu.
- \* Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora, od kojih je **samo jedan točan.**
- \* U prvih osam zadataka točno rješenje zadatka donosi 3 boda, u drugih osam 4 boda, a u trećih osam 5 bodova.
- \* Ako u zadatku nije odabran odgovor ili su zacrnjena dva ili više odgovora istoga zadatka, dobiva se 0 bodova.
- \* **Za netočan odgovor ne dobivaju se bodovi, nego se oduzima četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.**

## Pitanja za 3 boda:

1. Koji je od zadanih brojeva za dva manji od višekratnika broja 10, za dva veći od potpunog kvadrata i dvostruko veći od prostog broja?

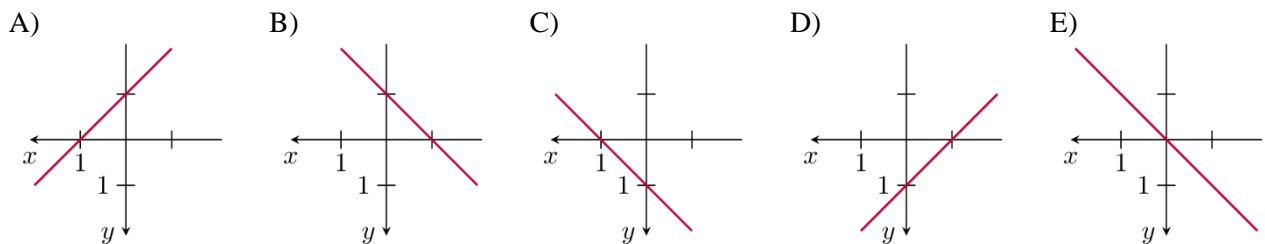
- A) 78                      B) 58                      C) 38                      D) 18                      E) 6

2. Mladi je klokan razrezao pizzu na šest jednakih dijelova. Pojeo je jednu krišku pa preostale razmjestio tako da između svake dvije bude isti razmak, kao na slici. Koliki je sada kut između dvije kriške pizze?



- A)  $5^\circ$                       B)  $8^\circ$                       C)  $9^\circ$                       D)  $10^\circ$                       E)  $12^\circ$

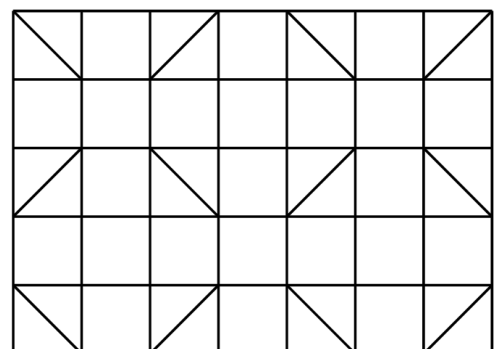
3. Josip ima neobičnu naviku crtanja koordinatnog sustava tako da mu je pozitivan smjer koordinatnih osi lijevo, odnosno dolje. Kako bi izgledao graf funkcije  $y = x + 1$  u Josipovu koordinatnom sustavu?



4. Kata je namjestila igraću kocku tako da su vjerojatnosti dobivanja svakog od brojeva 2, 3, 4 ili 5 još uvijek  $\frac{1}{6}$ , no vjerojatnost dobivanja broja 6 dvostruko je veća od vjerojatnosti dobivanja broja 1. Kolika je vjerojatnost da se bacanjem Katine igraće kocke dobije 6?

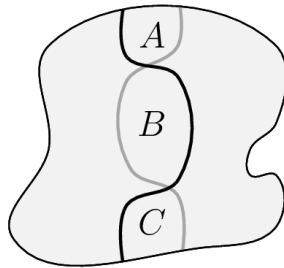
- A)  $\frac{1}{4}$                       B)  $\frac{1}{6}$                       C)  $\frac{7}{36}$                       D)  $\frac{2}{9}$                       E)  $\frac{5}{18}$

5. Dabar želi obojiti kvadrate i trokute prikazane na slici tako da susjedni likovi budu obojeni različitim bojama (čak i oni kojima je zajednički samo vrh). Koliki je najmanji broj boja koji mu za to treba?



- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 7

6. Na stolu je 6 čaša okrenutih otvorom prema gore. U svakom potezu možemo okrenuti točno 4 čaše. Koliko je najmanje poteza potrebno kako bi sve čaše bile okrenute otvorom prema dolje?
- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6
7. Martin je počeo s brojem 1 i pomnožio ga sa 6 ili 10. Zatim je rezultat pomnožio sa 6 ili 10. Nastavio je isti postupak. Koji od ponuđenih brojeva Martin nije mogao dobiti svojim postupkom?
- A)  $2^{100}3^{20}5^{80}$       B)  $2^{90}3^{20}5^{80}$       C)  $2^{90}3^{20}5^{70}$       D)  $2^{110}3^{80}5^{30}$       E)  $2^{50}5^{50}$
8. Kroz park prolaze crna i siva staza, kao na slici. Svaka staza dijeli park na dva dijela jednake površine. Koja od ponuđenih tvrdnji mora biti točna za površine  $A$ ,  $B$  i  $C$ ?



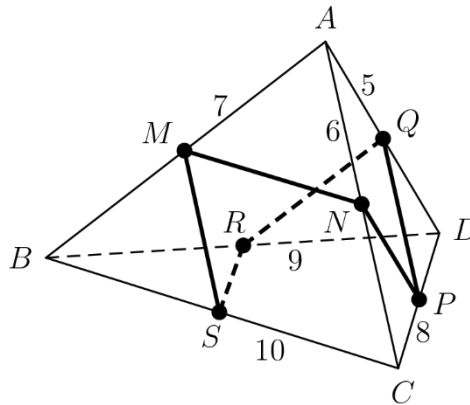
- A)  $A = C$               B)  $B = A + C$       C)  $B = \frac{1}{2}(A + C)$       D)  $B = \frac{2}{3}(A + C)$       E)  $B = \frac{3}{5}(A + C)$

**Pitanja za 4 boda:**

9. Točno jedna od ponuđenih tvrdnji o određenom prirodnom broju  $n$  je istinita. Koja?

- A)  $n$  je djeljiv s 3      B)  $n$  je djeljiv sa 6      C)  $n$  je neparan      D)  $n = 2$               E)  $n$  je prost

10. Trostrana piramida  $ABCD$  ima bridove duljina 5, 6, 7, 8, 9 i 10. Točke  $M, N, P, Q, R$  i  $S$  polovišta su bridova piramide, kao na slici. Kolika je duljina zatvorene izlomljene linije  $MNPQRSM$ ?



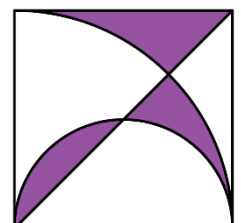
- A) 19                      B) 20                      C) 21                      D) 22                      E) 23

11. Ivan ima crne i bijele jedinične kocke. Iskoristit će njih 27 kako bi napravio  $3 \times 3 \times 3$  kocku. Želi da polovina površine te kocke bude crne, a polovina bijele boje. Koji je najmanji mogući broj crnih kockica kojima to može postići?

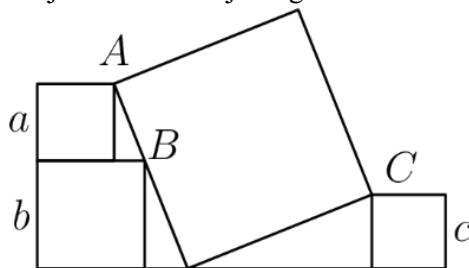
- A) 14                      B) 13                      C) 12                      D) 11                      E) Ništa od navedenog.

12. U kvadrat stranice duljine 6 cm ucrtana je dijagonala, polukružnica i četvrtina kružnice (vidi sliku). Kolika je površina osjenčanog dijela, u  $\text{cm}^2$ ?

- A) 9                      B)  $3\pi$                       C)  $6\pi - 9$                       D)  $\frac{10\pi}{3}$                       E) 12



13. Na slici su četiri kvadrata. Tri manja imaju duljine stranica  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Vrhovi  $A$  i  $C$  dvaju manjih kvadrata podudaraju se s nasuprotnim vrhovima velikoga kvadrata. Vrh  $B$  trećeg malog kvadrata nalazi se na stranici velikog kvadrata. Koji od ponuđenih izraza predstavlja duljinu stranice najvećeg kvadrata?



- A)  $\frac{1}{2}(a + b + c)$  B)  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$  C)  $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$  D)  $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$  E)  $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

14. Koliko ima troznamenkastih brojeva koji sadrže barem jednu od znamenaka 1, 2 ili 3?

- A) 27 B) 147 C) 441 D) 557 E) 606

15. Mirta je zapisala četveroznamenkast broj  $N = \overline{pqrs}$ . Kada je stavila decimalnu točku između znamenaka  $q$  i  $r$ , primijetila je da je dobiveni broj  $\overline{p\dot{q}.r\dot{s}}$  prosjek dvoznamenkastih brojeva  $\overline{pq}$  i  $\overline{rs}$ . Odredi zbroj znamenaka broja  $N$ .

- A) 14 B) 18 C) 21 D) 25 E) 27

16. Dvije svijeće jednake visine počele su gorjeti u isto vrijeme. Jedna od njih izgorjet će za 4 sata, a druga za 5 sati, obje konstantnom brzinom. Nakon koliko će sati jedna od svijeća biti tri puta viša od druge?

- A)  $\frac{40}{11}$  B)  $\frac{45}{12}$  C)  $\frac{63}{20}$  D) 3 E)  $\frac{47}{14}$

### Pitanja za 5 bodova:

17. Andrej ima šest kartica. Na svakoj je kartici sa svake strane napisan jedan broj. Parovi brojeva na karticama su: (5,12), (3, 11), (0,16), (7,8), (4,14) i (9,10). Kartice se mogu staviti na prazna mjesta na slici u bilo kojem redosljed, okrenute na bilo koju stranu. Koji je najmanji rezultat koji Andrej može dobiti?

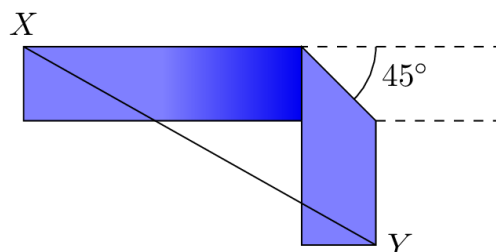
$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

- A) -23 B) -24 C) -25 D) -26 E) -27

18. Klokan rješava jednadžbu  $ax^2 + bx + c = 0$ , a Dabar jednadžbu  $bx^2 + ax + c = 0$ , gdje su  $a$ ,  $b$  i  $c$  međusobno različiti cijeli brojevi i različiti od nule. Ispostavilo se da te dvije jednadžbe imaju točno jedno zajedničko rješenje. Koja od ponuđenih izjava mora biti točna?

- A) Zajedničko rješenje mora biti 0.  
 B) Jednadžba  $ax^2 + bx + c = 0$  ima točno jedno rješenje.  
 C)  $a > 0$   
 D)  $b < 0$   
 E)  $a + b + c = 0$

19. Papirnatu vrpču dugačku 12 cm i široku 2 cm presavinemo tako da njena dva dijela budu pod pravim kutom, kao na slici. Koliko iznosi najmanja moguća udaljenost od  $X$  do  $Y$ , u cm?



- A)  $6\sqrt{2}$  B)  $7\sqrt{2}$  C) 10 D) 8 E)  $6 + \sqrt{2}$

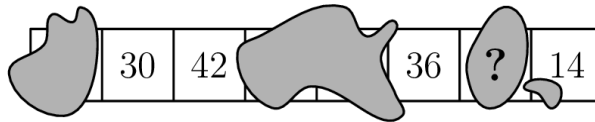
20. Rajka ima nekoliko simetričnih 12-stranih igračih kockica sa stranama označenima prirodnim brojevima od 1 do 12. Vjerojatnosti pojavljivanja svakoga od tih brojeva međusobno su jednake. Kada ih baca sve odjednom, vjerojatnost da padne samo jedan broj 12 jednaka je vjerojatnosti da ne padne niti jedan broj 12. Koliko kockica ima Rajka?

- A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 12

21. Za realne brojeve  $x, y$  i  $z$  vrijede jednakosti  $2^x = 3, 2^y = 7, 6^z = 7$ . Koji od ponuđenih izraza vrijedi?

- A)  $z = \frac{y}{1+x}$               B)  $z = \frac{x}{y} + 1$               C)  $z = \frac{y}{x} - 1$               D)  $z = \frac{x}{y-1}$               E)  $z = y - \frac{1}{x}$

22. Inicijalno je u svaki od osam kvadratića na papiru upisan broj 0. U svakom potezu odabiremo četiri uzastopna kvadratića od njih osam te brojevima upisanim u njima pribrajamo 1. Na slici je prikazano stanje nakon određenog broja poteza, no tinta je prekrila neke brojeve. Koji je broj u kvadratiću označenom upitnikom?



- A) 24                      B) 30                      C) 36                      D) 48                      E) Ništa od navedenog.

23. Za funkciju  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  vrijedi  $f(20 - x) = f(22 + x)$  za svaki realan broj  $x$ . Poznato je da funkcija  $f$  ima samo dvije nultočke. Koliko iznosi zbroj tih dviju nultočaka?

- A) -1                      B) 20                      C) 21                      D) 22                      E) Ništa od navedenog.

24. Kružnica je s 12 točaka podijeljena na 12 jednakih dijelova. Koliko ima trokuta kojima su vrhovi u tim točkama, a koji imaju kut mjere  $45^\circ$ ?

- A) 48                      B) 60                      C) 72                      D) 84                      E) 96

Obavijesti o rješenjima zadataka i rezultatima mogu se naći na mrežnim stranicama HMD-a.

<http://www.matematika.hr/klokan/2024/>