

**OPĆINSKO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKE
1970. godina**

VII RAZRED

1. Izračunaj vrijednost brojevnog izraza (decimalne brojeve pretvori u razlomke):

$$A = 1.7 : \frac{(4.5 \cdot 1\frac{2}{3} + 3.75) \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}} - (0.5 + \frac{1}{3} - \frac{5}{12}).$$

2. Bazen se može puniti trima cijevima. Prvom se može napuniti za 10 sati, drugom za 12 sati, a trećom za 6 sati. Za koliko vremena će se napuniti $\frac{3}{4}$ bazena ako se istovremeno puni sa sve tri cijevi? (Izrazi rezultat u satima, minutama i sekundama).

3. Izračunaj:

$$B = (0.2x - 0.3y)^2 - (0.4x + 0.1y)^2 - (0.5x - y)(0.6x + 2y) - 1.08y^2$$

4. U kružnicu radijusa r cm upiši pravilan trokut (jednakostraničan trokut) ABC. Dokaži da stranica tog trokuta dijeli promjer kružnice koji je na nju okomit na dva dijela, tako da je jedan dio tri puta veći od drugoga.

5. Konstruiraj jednakokračan pravokutan trokut kojemu je kateta a cm. Nad svakom stranicom trokuta nacrtaj kvadrat i odredi središta O_1 , O_2 i O_3 . Točke O_1 , O_2 i O_3 vrhovi su novog trokuta. Nacrtaj taj trokut i dokaži da je njegova površina jednaka površini kvadrata nad jednom katetom.

**OPĆINSKO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
SR HRVATSKE
1970. godina**

VIII RAZRED

1. 3.6% nekog broja iznosi x iznosi $\frac{3 + 4.2 : 0.1}{(1 : 0.3 - \frac{7}{3}) \cdot 0.3125}$.

Izračunaj x!

2. Zlatar ima dvije smjese zlata i srebra. U jednoj smjesi količina zlata i srebra nalazi se u omjeru 2:3, a u drugoj 3:7. Koliko treba uzeti od svake smjese da bi dobio 8 kp nove smjese u kojoj bi zlato i srebro bili u omjeru 5:11?

3. Zadana je kocka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kojoj je duljina osnovnog brida 4.5 cm. U kocki je upisana piramida tako da je baza ABCD kocke u isto vrijeme baza piramide, a vrh piramide se nalazi u središtu brida $A_1 B_1$.

- a) Nacrtaj sliku zadane kocke u kosoj projekciji ($\alpha = 45^\circ$, $n = \frac{1}{2}$) i upiši joj zadanu piramidu!
- b) Odredi volumen piramide!
- c) Odredi zbroj duljina svih bridova piramide!
- d) Odredi oplošje piramide!

Tražene veličine izrazi najprije u općem obliku, a zatim odredi posebnu vrijednost. Izračunavanje kvadratnog korijena izvedi na jednu decimalu!

4. Dvije kružnice jednakih polumjera sijeku se tako da svaka prolazi središtem druge kružnice. Nacrtaj sliku i izračunaj zajedničku površinu lika koji omeđuju kružnice ako je duljina polumjera 3 cm! Naznači najprije izraz u općem obliku!

5. Statističar peradarske farme izračunao je da prosječno kokoš i po za dan i po snese jedno i po jaje. Koliko bi jaja prema tim podacima snijele 3 kokoši za 5 dana?

Rješenja zadataka

OPĆINSKO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE 1970. godina

VII RAZRED

1.

$$\begin{aligned} A &= \frac{17}{10} : \frac{(\frac{9}{2} \cdot \frac{5}{3} + \frac{15}{4}) \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{12}) = \frac{17}{10} : \frac{(\frac{15}{2} + \frac{15}{4}) \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}} - (\frac{5}{6} - \frac{5}{12}) = \\ &= \frac{17}{10} : \frac{\frac{45}{4} \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}} - \frac{5}{12} = \frac{17}{10} : \frac{\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{5}{9}} - \frac{5}{12} = \frac{17}{10} : \frac{7 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 5} - \frac{5}{12} = \frac{17}{10} : \frac{21}{20} - \frac{5}{12} = \\ &= \frac{17}{10} \cdot \frac{20}{21} - \frac{5}{12} = \frac{34}{21} - \frac{5}{12} = \frac{101}{84} = 1\frac{17}{84} \end{aligned}$$

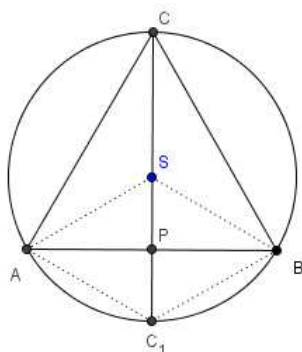
2. Ako se puni sa sve 3 cijevi, za 1 sat će se napuniti $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{7}{20}$ bazena.

Za $\frac{7}{20} \cdot x$ sati napunit će se $\frac{3}{4}$ bazena. Tada $x = \frac{3}{4} : \frac{7}{20} = \frac{15}{7} = 2.14$ sati, odnosno $x = 2$ sata 8 minuta 24 sekunde.

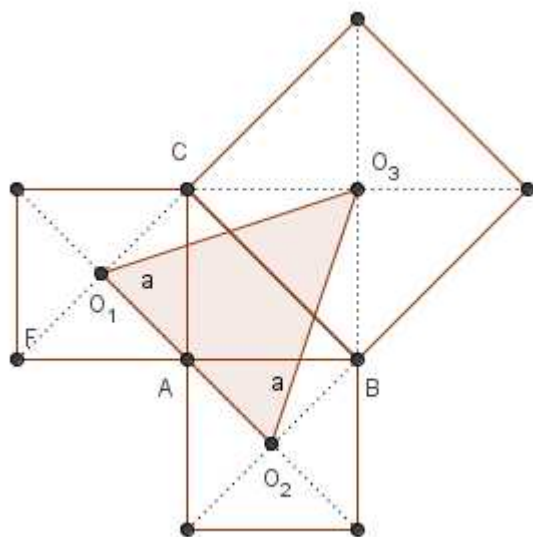
3.

$$\begin{aligned} B &= 0.04x^2 - 0.12xy + 0.09y^2 - (0.16x^2 + 0.08xy + 0.01y^2) - (0.3x^2 - 0.6xy + xy - 2y^2) - 1.08y^2 = \\ &= 0.04x^2 - 0.12xy + 0.09y^2 - 0.16x^2 - 0.08xy - 0.01y^2 - 0.3x^2 - 0.4xy + 2y^2 - 1.08y^2 = \\ &= -0.42x^2 - 0.6xy + y^2. \end{aligned}$$

4. Dokaz se izvodi na osnovi svojstava dijagonala romba. Suma kraćih dijagonala u ova dva romba jednaka je $2r = C_1C$ = promjer okomit na AB. Budući da se dijagonale romba raspodjeljaju, to točka P (P je sjecište dužine C_1C sa AB) polovi radijus, tj. $CP = 3 \cdot PC_1$



5. Uočiti da je u $\Delta O_1O_2O_3$ stranica $O_1O_2 = d$ (dijagonala kvadrata nad katetom), a visina mu je također d . Prema tome, $P_{\Delta} = \frac{d \cdot d}{2} = \frac{1}{2}d^2 = P_{\square}$



Rješenja zadataka

OPĆINSKO NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE 1970. godina

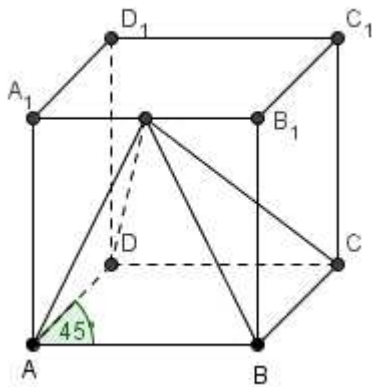
VIII RAZRED

1. Dani je izraz dalje jednak:

$$\frac{3+42}{\left(\frac{10}{3}-\frac{7}{3}\right)\cdot 0.3125} = \frac{45}{1\cdot 0.3125} = 144, \text{ pa iz } \frac{3.6x}{100} = 144 \text{ dobijemo } x = 4000.$$

2. Od prve smjese treba uzeti x kp, a iz druge $(8-x)$ kp. U prvoj smjesi ima $\frac{2}{5}x$ kp zlata, a u drugoj $\frac{3}{10}(8-x)$ kp zlata. Prema uvjetu, u 8 kp nove smjese treba biti $\frac{5}{16}\cdot 8 \text{ kp} = 2.5 \text{ kp}$ zlata. Imamo jednadžbu $\frac{2}{10}x + \frac{3}{5}(8-x) = 2.5$ iz koje dobivamo $x = 1$. Prema tome, treba uzeti 1 kp prve smjese i 7 kp druge smjese.

3. a)



b) $V = \frac{1}{3}a^3$ za $a = 4.5 \text{ cm}$ bit će $V = \frac{1}{3}\cdot 91.125 = 30.375 \text{ (cm}^3\text{)}$

c) $s = 4a + 2\cdot \frac{a}{2}\sqrt{5} + 2\cdot \frac{3}{2}a = 4a + a\sqrt{5} + 3a = 7a + a\sqrt{5} = a(7 + \sqrt{5})$

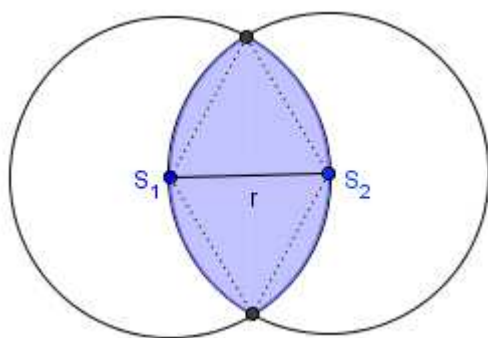
Za $a = 4.5 \text{ cm}$ imat ćemo $s \approx 4.5\cdot 9.2 = 41.4 \text{ (cm)}$

d) Oplošje piramide je $O = B + P$,

$$O = a^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2\sqrt{5} + \frac{1}{2}a^2\sqrt{2} = a^2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \approx 3.3a^2$$

Posebno, za $a = 4.5$ bit će $O \approx 3.3\cdot 4.5^2 = 66.825 \text{ (cm}^2\text{)}$

4.



$$P = \frac{1}{6}r^2\pi + \frac{1}{6}r^2\pi + 2\left(\frac{1}{6}r^2\pi - \frac{1}{4}r^2\sqrt{3}\right) = \frac{1}{3}r^2\pi + \frac{1}{3}r^2\pi - \frac{1}{2}r^2\sqrt{3} = \frac{2}{3}r^2\pi - \frac{1}{2}r^2\sqrt{3} = r^2\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \quad \text{ili}$$

$$P = \frac{2}{3}(r^2\pi - \frac{3}{4}r^2\sqrt{3}) = \frac{2}{3}r^2\pi - \frac{1}{2}r^2\sqrt{3} = r^2\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right).$$

Za $r = 3$ cm imamo: $P \approx 9\left(\frac{2}{3} \cdot 3.14 - \frac{1}{2} \cdot 1.73\right) = 11.1$ ili $P \approx 11 \text{ cm}^2$.

5. Uvedimo oznake: K = kokoš, D = dani, J = jaja. Tada imamo ovaj niz zaključaka:

$$\left(1\frac{1}{2}K, 1\frac{1}{2}D, 1\frac{1}{2}J\right) \Rightarrow (3K, 1\frac{1}{2}D, 3J) \Rightarrow (3K, 3D, 6J) \Rightarrow (3K, 1D, 2J) \Rightarrow (3K, 5D, 10J).$$

Znači, 3 kokoši za 5 dana snijele bi 10 jaja.