

Zahvaljujem Društvu matematičara Srbije (<http://www.dms.org.rs/>) i njegovom predsjedniku dr. Zoranu Kadelburgu na dopuštenju da iz časopisa "Matematički list za učenike osnovne škole" skeniram stranice koje sadrže zadatke i rješenja s republičkih natjecanja (SR Hrvatske) i saveznih natjecanja (SFRJ) i skenove objavim na web stranici <http://public.carnet.hr/mat-natj> .

Antonija Horvatek
<http://public.carnet.hr/~ahorvate/>

VAŽNA OBAVEŠTENJA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisačom mašinom a proredom a crteži izrađeni na posebno čvrstoj hartiji. Rukopisi se ne vraćaju.

2. „Matematički list“ namenjen je *svim učenicima V—VIII raz.* osnovne škole. List izlazi 5 puta u toku školske godine.

3. **Godišnja pretplata (za svih 5 brojeva) iznosi 25 dinara.** Naručiocima za više od 10 kompleta odobramo rabat (20%, 15%, 10%), zavisno od roka do kojeg se isplati celokupna pretplata (I.XII, I.II, I.IV). Nikakvi drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbine se šalju na adresu lista, a novac na žiro-račun „Matematičkog lista“ broj 60806-678-14627. Pri tome **obavezno** treba navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostavljati i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi.

4. Raspoložemo kompletima lista iz školske 1968/69. god. (br. III. 1—5), šk. 1969/70. god. (br. IV. 1—5), šk. 1970/71. god. (br. V. 3), šk. 1971/72. god. (br. VI. 1—5) i šk. 1972/73. god. (br. VII. 1—5) Od ovih godišta prodaju se III, IV, VI i VII po *sniženoj* ceni od 6 dinara za komplet, a godište V po ceni od 2 dinara.

5. Mole se poverenici „Matematičkog lista“ da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i narudžbe slati *isključivo* na adresu:

Matematički list, p.p. 728, 11001 Beograd

S A D R Ź A J

1. <i>Dr I. Bandić:</i> O nekim figurama koje su ograničene kružnim lucima..	97
2. <i>Mirjana Mrmak:</i> Kako se površ trougla može izmeriti lenjirom.....	100
3. <i>Dušan Georgijević:</i> Kako naći najkraći put	103
4. <i>D. S.:</i> Kako se „dokazuje“ da su dva različita broja međusobno jednaka	106
5. <i>N. Urošević:</i> Sofija Kovalevska — prva žena profesor više matematike	110
6. <i>U.:</i> Problem trisekcije ugla.....	111
7. Testovi za proveravanje znanja iz matematike	113
8. Matematička natjecanja	117
9. Odabrani zadaci	119
10. Konkursni zadaci	121
11. Rešenja konkursnih zadataka 211—222.....	122
12. Spisak dobitnika na novogodišnjoj lutriji „Matematičkog lista“	126
13. Matematička rasonoda	130
14. In memoriam	132
15. Nagradni zadatak br. 38	132
16. Rezultati konkursa za nagradni zadatak br. 36	132
17. Obaveštenja pretplatnicima	4

CENA 5 DINARA

MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

VIII

4

BEOGRAD
1974.

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

God. VIII, broj 4 (1973/74)

Izlazi pet puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA
SR SRBIJE

Beograd, Knez Mihajlova 35/IV, p. p. 728.

Urednici:

Platon Dimić (gl. ured.) i *Miroslav Živković* (odg. ured.)

Redakcioni odbor:

Višnja Brkić-Devčić (Zagreb), *Kosta Mijatović* (Sarajevo)
Srećko Kadunc (Ljubljana), *Veljko Živković* (Titograd)
Elena Atanasova (Skopje), *Vladimir Stojanović* (Beograd)

Sva prava umnožavanja, preštampavanja i prevodenja zadržava
Društvo matematičara, fizičara i astronoma SR Srbije

Oslobodeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata
za kulturu SR Srbije br. 413-186-03 od 11. 1. 1973. godine

Štampa: Beogradski izdavačko-grafički zavod, Beograd, Bul. vojvode Mišića br. 17

MATEMATIČKA NATJECANJA

ZADACI IZ MATEMATIKE SA REPUBLIČKOG NATJECANJA UČENIKA
OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE, OL RŽANOG 26. SVIBNJA 1973. G.

VII razred

1. Koordinate vrhova četverokuta $ABCD$ su: $A(2, 1)$; $B(6, 1)$; $C(6, 8)$; $D(2, 8)$. Nacrtaj taj četverokut i izračunaj njegovu površinu. Izračunaj duljine dijagonala i odredi koordinate njihova presjeka. Za jedinicu uzmi 0,5 cm, rezultate izrazi u centimetrima, a duljinu dijagonale naznači s tačnošću na dvije decimale!

2. Kvadriraj, pa nakon toga rastavi na faktore:

$$a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc.$$

Uputa: izlučivanje zajedničkih faktora izvrši prema zgodno odabranim grupama!

3. Dokaži da je razlika kvadrata dvaju uzastopnih neparnih brojeva djeljiva sa 8 u općem slučaju, a zatim navedi numerički primjer!

4. Zadana je stranica pravokutnika $b = 10$ cm i zbroj dijagonale i druge stranice: $a + d = 15$ cm. Nacrtaj taj pravokutnik!

VIII razred

1. Broj A iznosi 92% broja B . Povećamo li broj B za 700, tada će on postati veći od A za 9% svoje nove vrijednosti. Koji su to brojevi?

2. Voda, koja se nalazi u stožastoj posudi do visine 0,18 i promjera baze 0,24, prelje se u valjkastu posudu promjera baze 0,1 m. Do koje će se visine nalaziti voda u valjkastoj posudi?

3. Nađi dva broja ako se zna da im je zbroj 168, a zajednička mjera 24!

4. Izračunaj volumen uspravne prizme kojoj je baza trapez $ABCD$ s dijagonalama $AC = 17$ cm i $BD = 113$ cm, te visinom trapeza 15 cm, ako je visina prizme 5 cm!

REZULTATI, UPUTI, RJEŠENJA

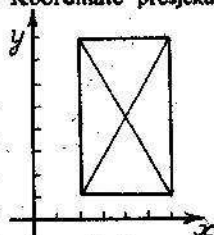
VII razred

1. Površina četverokuta $ABCD$ (sl. 1) je: $P = 28$ cm². Koordinate presjeka dijagonala jesu: $x_1 = 4$, $y_1 = 4,5$.

Duljina dijagonale je:

$$d = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65} \approx 8,06.$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc = ab^2 + 2abc + \\ & + ac^2 + bc^2 + 2abc + a^2b + a^2c + 2abc + b^2c - 4abc = \\ & ab^2 + ac^2 + bc^2 + a^2b + a^2c + 2abc + b^2c = ab(a+b) + \\ & c^2(a+b) + c(a+b)^2 = (a+b)(ab + c^2 + ac + bc) = \\ & = (a+b)[b(a+c) + c(a+c)] = (a+b)(b+c)(c+a). \end{aligned}$$



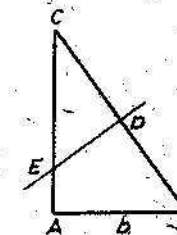
Sl. 1

3. Neka su $2n-1$ i $2n+1$ dva uzastopna neparna broja. Razlika njihovih kvadrata je

$$(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n,$$

što znači da je ista djeljiva sa 8.

4. Neka je $AB = b$, $AC = a + d$. Konstruišimo pravokutni troukut ABC (sl. 2) i povucimo simetralu DE stranice BC . Točka presjeka E ove simetrale sa stranicom AC predstavlja tjeme traženog pravokutnika, pa će se posle toga moći konstruisati i sam pravokutnik.



Sl. 2

VIII razred

1. Prema zadatim podacima je:

$$A = \frac{92B}{100}, \quad B + 700 = A + \frac{9(B+700)}{100}$$

Slijedi:

$$25A - 23B = 0, \quad 100A - 91B = 63700;$$

$$A = 58604, \quad B = 63700.$$

2. Volumen vode u stožanskoj posudi je

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot 0,12^2 \cdot 0,18 = 0,000864 \text{ m}^3.$$

Ako sa h obilježimo visinu do koje će stići voda u valjkastom sudu, imat ćemo:

$$\pi \cdot 0,05^2 h = 0,000864 \pi,$$

odakle je $h = 0,3456$ m.

3. Neka je $x = 24m$, $y = 24n$ — gde su m i n dva cijela broja. Tada je: $24m + 24n = 168$, $m + n = 7$ ili $n = 7 - m$.

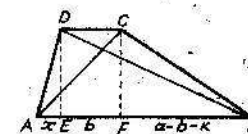
Stoga, ako je, na primjer, $m = 1$ — onda je $x = 24$, $y = 144$, a njihov zbroj je 168.

4. Neka su a i b gornja i donja osnova trapeza $ABCD$ (sl. 1), i neka su E i F normalne projekcije temena D i C na osnovu AB . Neka je, dalje, $AE = x$. Tada je:

$$x + b = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8,$$

$$a - x = \sqrt{113^2 - 15^2} = 112,$$

$$\frac{a+b}{2} = 60.$$



Sl. 1

Usled toga je površina ovog trapeza $P = 60 \cdot 15 = 900$ cm², a traženi volumen prizme je $V = 900 \cdot 5 = 4500$ cm³.