

Najtoplije zahvaljujem **dr. Mirku Poloniju** na dopuštenju da ovaj materijal objavim na <http://public.carnet.hr/mat-natj> .

Antonija Horvatek  
<http://public.carnet.hr/~ahorvate>

SOCIJALISTIČKA REPUBLIKA HRVATSKA  
ZAVOD ZA PROSVJETNO-PEDAGOŠKU SLUŽBU

REPUBLIČKA I SAVEZNO NATJECANJE IZ  
MATEMATIKE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA

Priredio: mr Mirko Polonijo

Zagreb, 1978.

ZADACI ZA KVALIFIKACIJSKO /OPĆINSKO/  
NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR  
HRVATSKE - 15. travnja 1978.

V. RAZRED

# I. SKUPINA ZADATAKA

1. Naznači sve elemente skupa  $S = \{x : x \in \mathbb{N}_0 \text{ i } 5 - x \geq 2\}$  !  
 $S =$  \_\_\_\_\_

2. Ako skup A ima 8 elemenata, a skup B ima tri puta više elemenata od A, koliko elemenata ima unije ovih dvaju skupova, ako njihov presjek ima 6 elemenata?

A  $\cup$  B ima \_\_\_\_\_ elemenata.

3. Zadani su skupovi:  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{0, 1, 2\}$ . Napiši relaciju s A u B koju određuje rečenica: Element x iz A je veći za 2 od elementa y iz B !

R = \_\_\_\_\_

4. Koja svojstva ima relacija ekvivalencije?

\_\_\_\_\_

5. Zadani su skupovi:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{4, 7, 10, 13\}$  i funkcija f koja preslikava A u B tablicom:

x	1	2	3	4
f /x/	4	7	10	13

Napiši propis preslikavanja !

f /x/ = \_\_\_\_\_

6. Izračunaj:  $572 \cdot 104 - 24\,048 : 48 =$

7. Riješi jednačbu:  $19 \cdot x = 1995$

$x =$  \_\_\_\_\_

8. Prikaži na crtežu trokut ABC kao presjek dvaju kutova i naznači to simbolima.

$\triangle ABC =$  \_\_\_\_\_

9. Izrazi  $15\text{ m}^2\ 8\text{ dm}^2$  u kvadratnim decimetrima !

$15\text{ m}^2\ 8\text{ dm}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{dm}^2$

10. Zadan je pravac  $p$ , vektor  $\overrightarrow{AB}$  i točka  $T$ . Osnu simetriju ravnine, s obzirom na pravac  $p$  označimo sa  $f$ , a translaciju ravnine za vektor  $\overrightarrow{AB}$  označimo sa  $g$ .

Nacrtaj točku  $fg / T /$  !

## II. SKUPINA ZADATAKA

1. Neka je  $a$  element skupa prirodnih brojeva  $N$ .  
Koje su tvrdnje točne? Svaki odgovor obrazložite.

1. Za svaki  $a \in N$ ,  $a + 2$  je paran broj

2. Za svaki  $a \in N$ ,  $a + 1$  je neparan broj

3.  $\frac{a \cdot (a - 1)}{2}$  je prirodni broj, ako je  $a > 1$ .

4.  $(a - 1) \cdot (a - 2)$  je paran broj ako je  $a > 2$  i  $a \in \mathbb{N}$ .

5.  $2a > a + 2$  za svaki  $a \in \mathbb{N}$ .

2. Trokut  $T$  i pravac  $p$  podskupovi su iste ravnine. Što može biti  $T \cap p$  ?

Nacrtajte sliku za svako rješenje.

a/

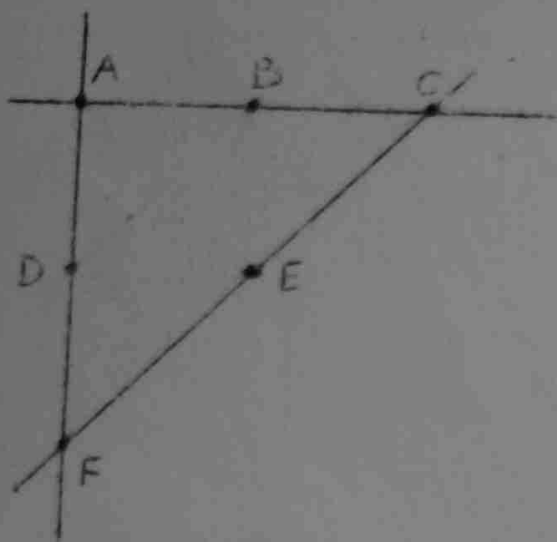
b/

c/

3. Za koliko će dana 12 radnika obaviti neki posao, ako isti posao 8 radnika može obaviti u 6 dana?



4. Zadano je sedam točaka u ravnini: A, B, C, D, E, F, G - kako pokazuje slika.



Koliko postoji trokuta kojima je jedan vrh točka A, a druga dva vrha su iz skupa preostalih točaka?

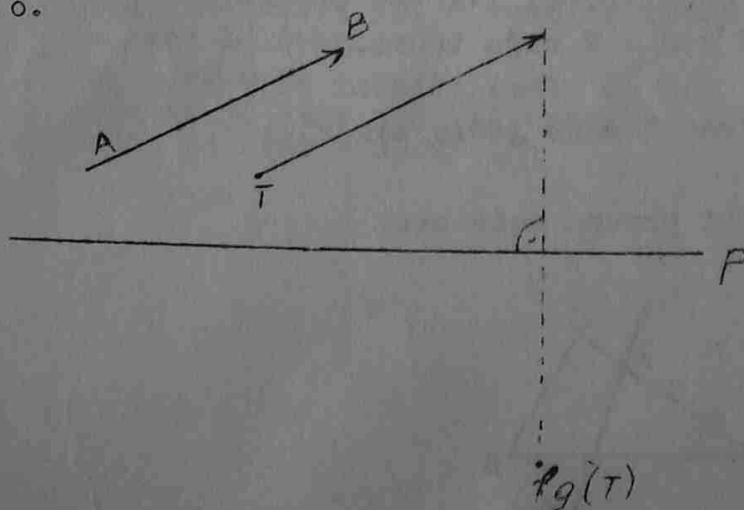
O D G O V O R I

V RAZRED

I. SKUPINA ZADATAKA

1.  $S = \{0, 1, 2, 3\}$  .....
2. 26 .....
3.  $R = \{ /2, 0/, /3, 1/, /4, 2/ \}$  .....
4. refleksivnost, simetričnost i tranzitivnost .....
5.  $f/x/ = 3x + 1$  .....
6.  $59\,488 - 501 = 58\,987$  .....
7.  $x = 105$  .....
8.  $\triangle ABC = \cancel{\triangle BAC} \cap \triangle ABC$   
ili  $= \cancel{\triangle BAC} \cap \cancel{\triangle ACB}$   
ili  $= \triangle ABC \cap \cancel{\triangle ACB}$   
Dovoljno je samo jedno rješenje ! .....
9.  $1508 \text{ dm}^2$  .....

10.



## II. SKUPINA ZADATAKA

1. Tvrdnja 1. nije točna. Npr. ako je  $a = 1$ , onda je  $a+2 = 3$ , a to je neparan broj.

Tvrdnja 2. nije točna. Npr. ako je  $a = 1$ , onda je  $a + 1 = 2$ , a to je paran broj.

Tvrdnja 3. je točna. Razmotrimo dva slučaja:

a/ ako je  $a$  paran broj, onda je  $a - 1$  neparan broj. Produkt parnog i neparnog broja je paran broj i taj se može podijeliti brojem 2;

b/ ako je  $a$  neparan broj veći od 1, onda je  $a-1$  paran broj. Produkt parnog i neparnog broja je paran broj i taj je djeljiv s 2.

Tvrdnja 4. je točna. Razmotrimo dva slučaja:

a/ ako je  $a$  paran broj veći od 2, onda je  $a-2$  paran broj,  $a-1$  neparan broj. Produkt parnog i neparnog broja je paran broj;

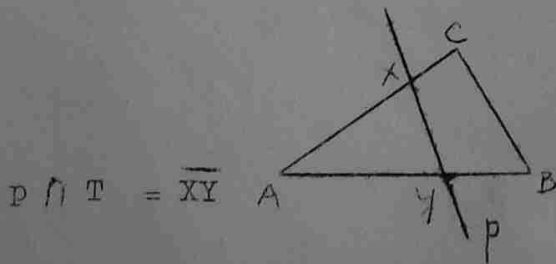
b/ ako je  $a$  neparan broj veći od 2, onda je  $a-1$  paran broj,  $a-2$  neparan broj, pa je opet produkt parnog i neparnog broja paran broj.

Tvrdnja 5. nije točna. Npr. ako je  $a = 1$  relacija  $2 \cdot 1 > 1 + 2$  nije točna, ili ako je  $a = 2$  relacija  $2 \cdot 2 > 2 + 2$  nije točna.

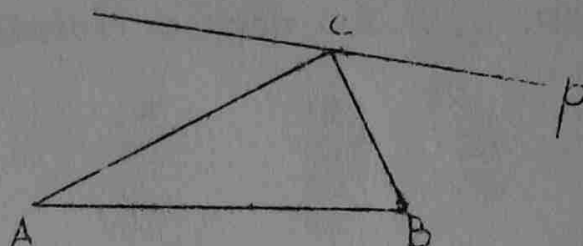
Dovoljno je navesti samo jedan slučaj !

2. Presjek trokuta i pravca može biti

a/ dužina



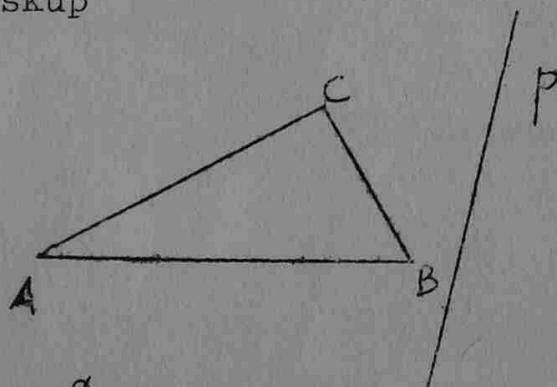
b/ točka



$$\begin{aligned} T \cap p &= \{A\} \\ \text{ili } T \cap p &= \{B\} \\ \text{ili } T \cap p &= \{C\} \end{aligned}$$

/Dovoljno je navesti jedan slučaj/

c/ prazni skup



$$T \cap p = \emptyset$$

3. 8 radnika treba da radi 6 dana

Dva puta manje radnika radit će dva puta više dana, tj. 4 radnika treba da rade 12 dana

Tri puta više radnika radit će tri puta manje dana, tj. 12 radnika treba da rade 4 dana

4. Od točaka B, C, D, E, F i G mogu se formirati ovi parovi:

BC	BD	BE	BF	BG
	CD	CE	CF	CG
		DE	DF	DG
			EF	EG
				FG

Kako su A, B, C i A, D, F, kolinearne trojke točaka, to one ne određuju trokut. Dakle, postoji  $15 - 2 = 13$  trokuta koji zadovoljavaju uvjete zadatka.

ZADACI ZA KVALIFIKACIJSKO /OPĆINSKO/ NATJECANJE  
UCENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE - 15.travnja  
1978.

VI. razred

I. SKUPINA ZADATAKA

1. Napišite sve elemente skupa  $S = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ i } x \mid 20\}$

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj  $D / 48, 72, 96 / =$  \_\_\_\_\_

3. Izračunaj  $V / 24, 96, 144 / =$  \_\_\_\_\_

4. Riješi jednađbu:  $1\frac{5}{8} + x = 2\frac{1}{4}$   
 $x =$  \_\_\_\_\_

5. Riješi jednađbu:  $\frac{3}{4} \cdot x = \frac{3}{7}$   
 $x =$  \_\_\_\_\_

6. Dopuni rečenicu: Četiri karakteristične točke trokuta su

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

7. Odredi aritmetičku sredinu brojeva  $\frac{3}{4}$  i  $\frac{3}{5}$  !

Aritmetička sredina je: \_\_\_\_\_

8. Konstruiraj kut od  $75^\circ$  !



9. Dan je pravac  $p$  i točka  $A$ .

a/ konstruiraj pravac  $r$  koji sadrži točku  $A$ , a okomit je na pravac  $p$  !

b/ konstruiraj pravac  $s$  koji sadrži točku  $A$  i paralelan je s pravcem  $p$  !

## II. SKUPINA ZADATAKA

1. Izračunaj:

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{13\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} : 0,5}{4\frac{4}{7} : 2 - 1/ : \frac{1}{25} - 2,5 : \frac{1}{10} / 8\frac{8}{17} = - \left[ \frac{1}{2} - 1/ : 4,5 - 3\frac{4}{7} / \right] : \frac{28}{65} .$$

2. U razredu, koji ima manje od 30 đučića, učenici su kroz 9 mjeseci skupili 8307 dinara za maturalno putovanje. Koliko je bilo učenika u razredu, ako su prikupljeni mjesečni iznosi bili jednaki i ako je svaki učenik svaki mjesec uplatio isti cjelobrojni iznos?

3. Što je veće: produkt  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \dots \cdot 2$  u kojem se broj 2 javlja 200 puta ili produkt  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \dots \cdot 3$  u kojem se broj 3 javlja 200 puta? Obznanite odgovor!

4. U pravokutniku  $ABCD$  simetrala kuta kod vrha  $A$  raspolavlja stranicu  $\overline{CD}$  u točki  $E$ . Duljina stranice  $\overline{BC}$  je 4. Odredi opseg i ploštinu tog pravokutnika !



# ODGOVORI

## VI. RAZRED

### I. SKUPINA ZADATAKA

1. 1, 2, 4, 5, 10, 20 .....
2. 24 .....
3. 288 .....
4.  $x = \frac{5}{8}$  .....
5.  $x = \frac{4}{7}$  .....
6. -- sjedište simetrala stranica, sjecište  
simetrala kutova, sjecište težišnica /težište/  
i sjecište pravaca koji sadrže visine trokuta  
/ortocentar/ .....
7.  $\frac{27}{40}$  .....
8. Točna konstrukcija kuta od  $75^\circ$  .....
9. a/ Konstrukcija okomitog pravca r na pravac p  
b/ Konstrukcija paralelnog pravca s .....

### II. SKUPINA ZADATAKA

1.

$$\text{Kako je } \frac{1}{7} \cdot \frac{\frac{40}{3} + \frac{8}{3}}{\frac{16}{7} - \frac{25}{8} - \frac{25}{17}} =$$

$$= \frac{1}{7} \cdot \frac{16}{16} = 1 \dots\dots\dots$$

$$i \quad \frac{2}{5} : \frac{63 - 50}{14} / \frac{28}{65} = \frac{2}{5} : \frac{13}{14} : \frac{28}{65} =$$

$$= \frac{28}{65} : \frac{28}{65} = 1 \dots\dots\dots$$

Čitav izraz jednak je  $1 - 1 = 0 \dots\dots\dots$

2. Mjesečno je skupljeno  $8307 : 9 = 923$  dinara  $\dots\dots\dots$   
 Rastavimo 923 na faktore:  $923 = 13 \cdot 71 \dots\dots\dots$   
 Broj učenika je manji od 30, pa mora biti 13  $\dots\dots\dots$   
 Dakle, svaki učenik je mjesečno uplatio po  
 71 din.  $\dots\dots\dots$

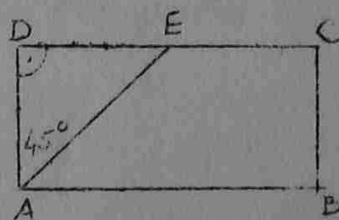
3. Uzevši u obzir da je  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ , a  
 $3 \cdot 3 = 9$ , to je

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{300 \text{ puta}} = \underbrace{8 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 8}_{100 \text{ puta}},$$

$$a \quad \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{200 \text{ puta}} = \underbrace{9 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 9}_{100 \text{ puta}}$$

pa je produkt trojki veći

4. Skica:



Trokut AED je jednokračan jer su kutovi uz  $\overline{AE}$   
 sukladni /veličina svakog je  $45^\circ$ , pa je

$$d \angle A, D / = d \angle D, E / \dots\dots\dots$$

$$\text{Slijedi da je } d \angle C, D / = 2 d \angle D, E / = 8 \dots\dots\dots$$

$$O = 8 + 4 + 8 + 4 = 24 \dots\dots\dots$$

$$P = 8 \cdot 4 = 32 \dots\dots\dots$$

ZADACI ZA KVALIFIKACIJSKO /OPĆINSKO/  
NATJECANJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR  
HRVATSKE - 15. travnja 1978.

VII. RAZRED

# I. SKUPINA ZADATAKA

Izračunaj:

1. a/  $-0,17 - 0,3 =$  \_\_\_\_\_

b/  $0,4 \cdot 0,1 =$  \_\_\_\_\_

c/  $-\frac{5}{6} - / - \frac{1}{2} / =$  \_\_\_\_\_

d/  $-4,2 : 0,14 =$  \_\_\_\_\_

e/  $/ - 2/2 - / - 2/3 - / - 2 / =$  \_\_\_\_\_

2. Kojem cijelom broju je jednak razlomak čiji je brojnik nula, a nazivnik je različit od nule? 0

3. Naznači produkt sume i diferencije dvaju brojeva a i b!

4. Čemu je jednaka ploština četverokuta s okomitim dijagonalama ako su duljine tih dijagonala e i f?

P = \_\_\_\_\_

5. Riješi ove jednadžbe:

a/  $0,02 : x = 1$

x = \_\_\_\_\_

b/  $\frac{2}{3} \cdot x + \frac{3}{4} = 1,5$

x = \_\_\_\_\_

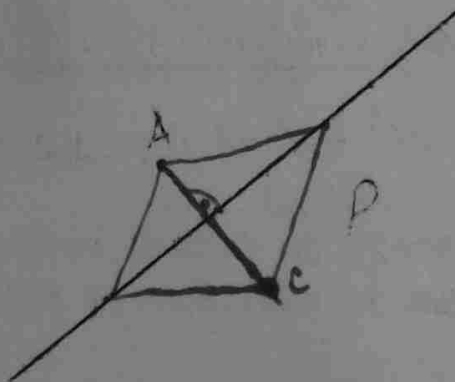
## II. SKUPINA ZADATAKA

1. Produkt dvaju cijelih brojeva je 161. Koji su to brojevi, ako je svaki od njih manji od 23?

$$-13 \cdot (-7)$$

$$161 : 23 = 7$$

2. Zadan je pravac  $p$  i točka  $A$  izvan njega. Konstruirajte romb kojemu je jedan vrh točka  $A$ , a dijagonala duljine 6 cm pripada pravcu  $p$ . Koliko ima rješenja?



3. Dokažite da je razlika kvadrata dvaju susjednih prirodnih brojeva uvijek neparan broj.

$$5, 6$$

$$25$$

$$36$$

$$25$$

$$11$$

$$3, 4$$

$$9$$

$$16$$

$$9$$

$$7$$

4. Simetrale stranica  $\overline{AC}$  i  $\overline{BC}$  trokuta  $ABC$  su međusobno okomite. Duljina polumjera opisane kružnice tog trokuta jednaka je 2,5, a duljina stranice  $\overline{CB}$  je 3. Konstruiraj taj trokut. Koliko ima rješenja?

ODGOVORI

VII. RAZRED

I. SKUPINA ZADATAKA

1. a) - 0,47 .....  
b) 0,04 .....  
c) -  $\frac{1}{5}$  .....  
d) - 30 .....  
e) 14 .....
2. nula .....
3.  $(a + b) \cdot (a - b)$  .....
4.  $P = \frac{1}{2} e \cdot f$  .....
5. a)  $x = 50$  .....  
b)  $x = \frac{9}{8}$  ili  $(1 \frac{1}{8})$  ili 1,125 .....

II. SKUPINA ZADATAKA

1. Pozitivni faktori broja 161 su: 1, 7, 23 i 161

Broj 161 može se napisati kao produkt dvaju cijelih brojeva na četiri načina:

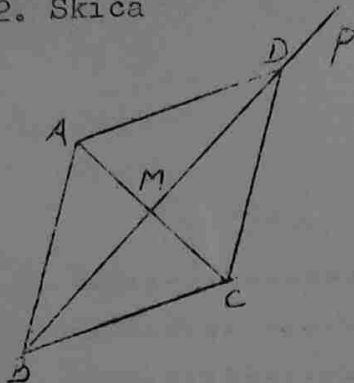
- a)  $161 \cdot 1$
- b)  $(-161) \cdot (-1)$
- c)  $7 \cdot 23$
- d)  $(-7) \cdot (-23)$

Brojevi manji od 23 su -161, -23, -7, -1, 7

Uvjetu zadovoljavaju parovi:  $(-161, -1)$  i

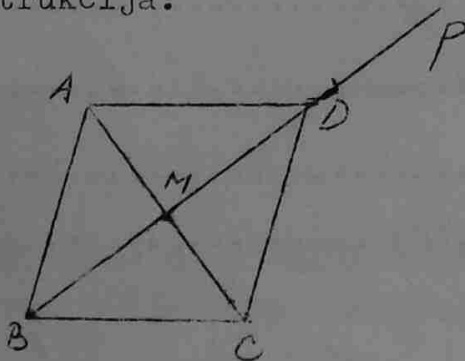
$(-23, -7)$  .....

2. Skica



Analiza. Romb ima medjusobno okomite dijagonale  $\overline{AC}$  i  $\overline{BD}$ . Dijagonale se medjusobno raspolavljaju  $BM = MD$

Konstrukcija:



1.  $(A, p) =$
2. o  $p = M$
3.  $MB = MD = 3 \text{ cm}$
4.  $AM = MC$
5. ABCD je traženi romb

Dokaz: Budući da su dužine  $\overline{AC}$  i  $\overline{BD}$  medjusobno okomite i da se medjusobno raspolavljaju, četverokut je romb.

Diskusija: Postoji samo jedno rješenje.



3. Susjedni prirodni brojevi su  $n$  i  $n + 1$ , gdje

je  $n \in \mathbb{N}$

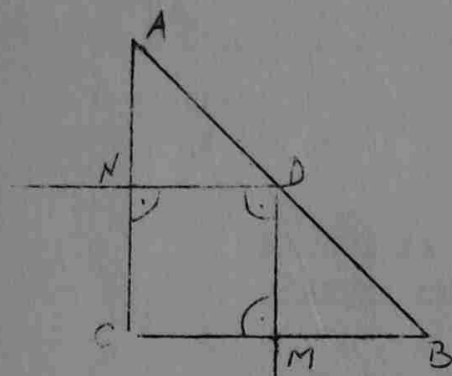
$$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

$2n$  je uvijek paran broj za svaki  $n \in \mathbb{N}$

$2n + 1$  je neposredni sljedbenik parnog broja,

a taj je uvijek neparan broj

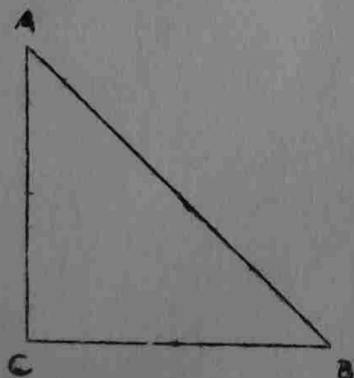
4. Skica



Analiza:

1. Četverokut CMND ima 3 prava kuta, pa je i kut MAN pravi.
2. Trokut ABC je pravokutan.
3. Presjek simetrala kateta je polovište hipotenuze.
4. Hipotenuza ima duljinu 5

Konstrukcija: Treba konstruirati pravokutan trokut kojemu su zadane duljine jedne katete i hipotenuze.





1. dužina  $\overline{DB}$  duljine 3
2. okomica o točkom C na CB
3. kružnica centra B i polumjera duljine 5
4.  $\angle O = A$
5. trokut ABC je traženi trokut

Rješenje je samo jedno, jer je trokut određen jednoznačno s dvije stranice i kutom nasuprot većoj stranici.

ZADACI ZA KVALIFIKACIJSKO (OPĆINSKO) NATJECANJE  
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE - 15.travnja 1978.

VIII. razred

# I. SKUPINA ZADATAKA

Izračunaj:

1. a)  $-3 \frac{1}{3} \cdot (-6) = \frac{-10}{3} \cdot (-6) = 20$

b)  $-7 : (-\frac{1}{7}) = -7 \cdot (-7) = 49$

2. Kolika je ploština kruga kojemu je duljina promjera 0,2?

$$P = r^2 \pi = 0,1^2 \cdot 3,14 = 0,01 \cdot 3,14 = 0,0314$$

3. Konstruiraj dužinu duljine x tako da bude  $4 : 5 = 3 : x$ !

4. Doprši rečenicu: Opsezi sličnih trokuta odnose se kao

duljine ili kosih

5. Rastavi na faktore:  $1 - 4x^2 = (1 - 2x) \cdot (1 + 2x)$

6. Riješi ove jednadžbe:

a)  $\frac{4}{5} \cdot (x - 2) = 0,8$

$x = 3$

b)  $x^2 - 4x - 2x + 4 = x^2 - 4$   $x^2 - 6x = -4 - 1$   $x = -\frac{5}{6}$

c)  $\frac{2x - 1}{5} - \frac{2x - 3}{3} = 1$   $-6x = -5$   $x = -\frac{5}{6}$

Riješi sustav dviju jednadžbi s dvije nepoznanice!

7.  $\begin{cases} 5x - 2y = 13 \\ 2x + y = 2,5 \end{cases}$

$N(s) = y - 1,5 \quad x = 2$

$5x - 2y = 13$

$y = -2x + 2,5$

$5x - 2(-2x + 2,5) = 13$

$5x + 4x - 5 = 13$

$9x = 18$

$x = 2$

$y = -2x + 2,5$

$y = -2 \cdot 2 + 2,5$

$y = -4 + 2,5$

$y = -1,5$

## II. SKUPINA ZADATAKA

1. Ako se smrzavanjem vode njezin volumen poveća za jednu petnaestinu, koliko se litara vode dobije otapanjem kocke leda čija je duljina brida jednaka 4 (dm)?
2. Dva prijatelja žele kupiti automobil. Medjutim, prvom za kupnju nedostaje 35 000 din, a drugom 40 000 din. Oni zato odluče da automobil kupe zajedno. Kolika je bila cijena automobila ako su oba prijatelja imala zajedno 245 000 din?
3. Krajevima svake stranice  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$  trokuta ABC nacrtane su okomice na druge dvije stranice. Te se okomice sijeku redom u točkama  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ . Dokažite da točke  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  pripadaju kružnici opisanoj trokutu ABC.
4. U pravokutni trokut ABC s duljinom kateta  $d(B,C) = a$ ,  $d(A,C) = b$  upisan je kvadrat CDEF tako da je  $E \in \overline{AB}$ ,  $F \in \overline{BC}$ ,  $D \in \overline{AC}$ .
  - a) Izračunajte duljinu  $x$  stranice kvadrata CDEF.
  - b) Konstruirajte dužinu duljine  $x$ .

O D G O V O R I

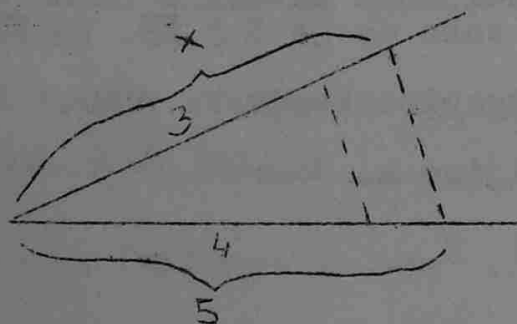
VIII. RAZRED

PRVA SKUPINA ZADATAKA

1. a) 20 .....  
b) 49 .....

2.  $P = 0,0314 \text{ (dm}^2\text{)} \dots\dots\dots$

3.



4. ... duljine bilo kojih dviju pridruženih  
odgovarajućih stranica .....

5.  $(1 - 2x) \cdot (1 + 2x) \dots\dots\dots$

6. a)  $x = 3$   
b)  $x = \frac{5}{6}$   
c)  $x = -\frac{3}{4} \text{ (-0,75)}$

Traži se samo  
rješenje.  
Pokus nije potreban.

7.  $N(s) = (2, -1,5)$

Traži se samo  
rješenje.

## DRUGA SKUPINA ZADATAKA

1. Volumen kocke je  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \text{ (dm}^3\text{)}$ , tj.  
64 litre .....

Neka je  $x$  volumen vode u litrama).

Tada je  $x + \frac{1}{15}x = 64$ , tj.  $\frac{16}{15}x = 64$  .....

Slijedi  $x = 60$  .....

Dobiva se 60 litara vode.

2. Označimo s  $x$ ,  $y$  svote koje ima svaki od prijatelja.

Tada je  $x + y = 245\ 000$  .....

$x + 35\ 000 = y + 40\ 000$  .....

Slijedi  $245\ 000 - y + 35\ 000 = y + 40\ 000$

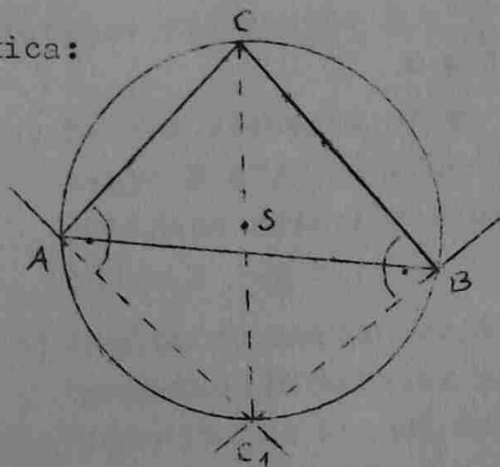
$$2y = 240\ 000$$

$$y = 120\ 000$$

$$x = 125\ 000$$

Automobil je stajao 160 000 dinara .....

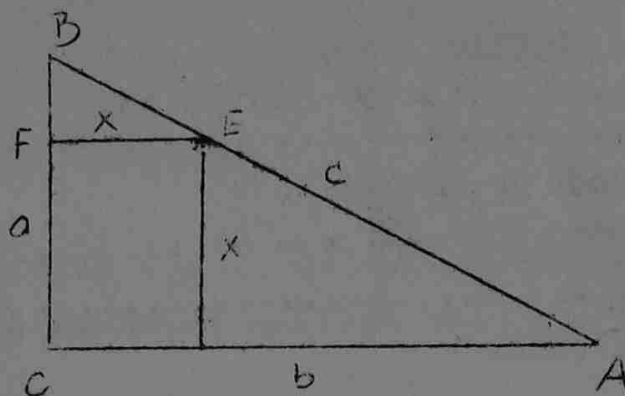
3. Skica:



Neka je  $S$  polovište dužine  $CC_1$ . Kružnica  $k(S, SC)$  po Talesovom teoremu prolazi točkama  $A$  i  $B$ . Dakle,  $C_1$  pripada opisanoj kružnici .....

Analogno vrijedi da i točke  $A_1$  i  $B_1$  pripadaju istoj kružnici .....

4. Skica:



Iz sličnosti trokutova FEB i CAB dobivamo  
 $(a - x) : a = x : b$  .....  
 $ab - bx = ax$   
 $x(a + b) = ab$   
 $x = \frac{ab}{a + b}$  .....

Konstrukcija x:

$$(a + b) : a = b : x$$

