

**REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
ZAGREBAČKA REGIJA 1995.**

**4. razred**

1. Za označavanje stranica knjige upotrebljeno je 1995 znamenaka (znakova). Koliko stranica ima ta knjiga?
2. U kvadratiće upiši sve različite znamenke 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tako da naznačene jednakosti budu točne:

$$\square \cdot \square \square = \square \square \square = \square \square \cdot \square$$

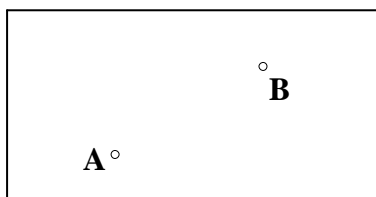
(Pronađi dva rješenja.)

3. Zadano je pet brojeva. Svaki sljedeći dva puta je veći od prethodnog. Zbroj najvećeg i najmanjeg za 9 je veći od zbroja preostala tri broja. Koji su to brojevi?
4. Debljina jednog lista papira je četvrtina milimetra. Presavijemo li taj list na pola i nastavimo li s presavijanjem dobivenog opet na pola, kolika će biti debljina nakon 10 presavijanja?
5. Imamo posudu od 16 litara punu vode i dvije prazne posude, jednu od 10 litara, a drugu od 6 litara. Kako ćemo prelijevanjem vodu podijeliti na dva jednaka dijela koristeći samo ove posude?

**REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
ZAGREBAČKA REGIJA 1995.**

**5. razred**

1. Koji je najmanji prirodni broj kojim treba pomnožiti 12 345 679 da bi se dobio broj čije su sve znamenke petice?
2. Redom, bez razmaka, napisano je  $n$  prirodnih brojeva: 12345678910111213 ... i pritom je napisano 1995 znamenaka. Koji je zadnji napisani broj i koliko je puta pritom napisana znamenka nula (0)?
3. Zbroj pet uzastopnih dvoznamenkastih brojeva na mjestu desetica ima znamenku 7. Odredi kojih pet brojeva čini taj zbroj ako je najmanji djeljiv s 3. Pronađi sva rješenja.
4. U bombonijeri je bio određen broj bombona. Ivan je uzeo petinu i još 4 bombona, Marija je uzela četvrtinu preostalih bombona i još 3 bombona, a Ante je uzeo trećinu ostatka i još 2 bombona. Koliko je bombona bilo u bombonijeri ako je ostalo još 8 bombona?
5. Gornja strana biljarskog stola ima oblik pravokutnika. Na biljarskom stole nalaze se dvije loptice A i B (kao na slici). Konstruiraj ravne crte kojima se treba gibati loptica A da bi udarila u brid stola pa u lopticu B.



**REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
ZAGREBAČKA REGIJA 1995.**

**6. razred**

1. Tri učenika između sebe podijele neku svotu novca. Prvi je dobio 300 kuna i devetinu ostatka, drugi 300 kuna i petinu novog ostatka, a treći preostalih 720 kuna. Kolika je bila svota novca prije podjele, koliko je dobio prvi, a koliko drugi učenik?
2. Odredi sve parove cijelih brojeva  $(a, b)$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$  za koje vrijedi  $a = \frac{b+7}{b+3}$ .
3. Razlomak  $\frac{179}{140}$  prikaži u obliku zbroja tri razlomka sa jednoznačenkastim nazivnicima.
4. Nacrtaj trokut ABC i visinu  $v_c$ , na stranicu c. Točku u kojoj visina siječe stranicu c označi sa E. Produži stranicu  $\overline{BC}$  preko vrha C, te konstruiraj simetralu vanjskog kuta uz vrh C. Točku u kojoj simetrala siječe pravac AB označi s D. Ako je  $|CE| = \frac{1}{2}|CD|$ , odredi koliko je  $\alpha - \beta$ .
5. Unutar pravokutnika ABCD odaberi po volji točku E. Dokaži da je zbroj površina trokuta ABE i CDE jednak zbroju površina trokuta BCE i AED.

**REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
ZAGREBAČKA REGIJA 1995.**

**RJEŠENJA  
4. razred**

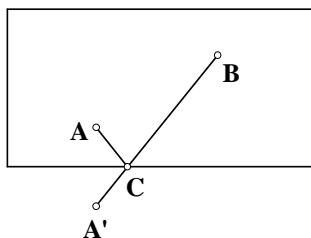
1. Knjiga ima  $9 + 90 + 602 = 701$  stranicu.
2.  $3 \cdot 58 = 174 = 29 \cdot 6$  i  $4 \cdot 39 = 156 = 78 \cdot 2$
3. To su brojevi 3, 6, 12, 24 i 48.
4. 256 mm
5. Postupak prelijevanja prikazimo tablicom:

	16 l	10 l	6 l
	16	0	0
1.	6	10	0
2.	6	4	6
3.	12	4	0
4.	12	0	4
5.	2	10	4
6.	2	8	6
7.	8	8	0

**REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
ZAGREBAČKA REGIJA 1995.**

**RJEŠENJA  
5. razred**

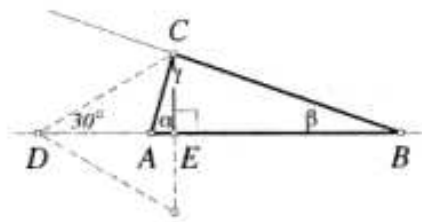
1.  $12345679 \cdot 45 = 555\,555\,555$ , tj. traženi broj je 45.
2. Posljednji napisani broj je  $9+90+602 = 701$ . Pri tome je znamenka nula napisana  $9 + 6 \cdot 20 + 3 = 132$  puta.
3. Budući da je  $x+x+1+x+2+x+3+x+4 = 5(x+2)$  djeljivo s 5 i da je  $60 < 5 \cdot (x+2) < 485$ , zaključujemo da zbroj može biti jednak 70, 75, 170, 175, 270, 275, 370, 375, 470 ili 475. Za te zbrojeve redom nalazimo da je  $x \in \{12, 13, 32, 33, 52, 53, 72, 73, 92, 93\}$ . Između njih su s 3 djeljivi 12, 33, 72 i 93 pa su rješenja: 12, 13, 14, 15, 16; 33, 34, 35, 36, 37; 72, 73, 74, 75, 76; 93, 94, 95, 96, 97.
4. U bombonijeri je bilo 35 bombona.
5. Vidi sliku! Prikazano je jedno od četiri moguća rješenja. Točka A' simetrična je točki A s obzirom na brid stola. Mjesto udara loptice u brid stola, točku C, nalazimo kao sjecište dužine  $\overline{A'B}$  i brida stola. Put loptice su dužine  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CB}$ .



**REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
ZAGREBAČKA REGIJA 1995.**

**RJEŠENJA  
6. razred**

1. Ukupna svota novca prije podjele bila je 1650 kuna. Prvi je učenik dobio 450 kuna, a drugi 480 kuna.
2. Nakon transformacije zadani izraz možemo pisati u obliku  $a = 1 + \frac{4}{b+3}$ , i bit će cijeli broj u slučaju da je  $b+3 \in \{1, -1, 2, -2, 4, -4\}$ . Traženi su parovi redom: (5, -2), (-3, -4), (3, -1), (-1, -5), (2, 1), (0, -7).
3. Jedna mogućnost (kombinacija) nazivnika je 4, 5 i 7, tj.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{7} = \frac{179}{140}$ . Nakon množenja sa 140 dobivamo  $35x + 28y + 20z = 179$ . Broj  $x$  mora biti neparan, a umnožak  $28 \cdot y$  mora završavati znamenkom 4 pa je nužno  $y = 3$ . Dalje je  $35x + 20z = 95$ , odakle slijedi  $x = 1$  i  $z = 3$ . Traženi razlomci su  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$  i  $\frac{3}{7}$ .
4. Trokut CDE pravokutan je, a zbog  $|CE| = \frac{1}{2}|CD|$  zaključujemo da je trokut CDE polovica jednakostraničnog trokuta, pa je  $\sphericalangle CDE = 30^\circ$ . Za vanjski kut trokuta ABC vrijedi  $\gamma_1 = 2\alpha - 60^\circ$ . Zbog  $2\alpha - 60^\circ = \alpha + \beta$  slijedi da je  $\alpha - \beta = 60^\circ$ .



5.  $P_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}av_1$ ,  $P_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}av_2$ ,  $v_1 + v_2 = b$ . Iz navedenog zaključujemo da je  $P_{\triangle ABE} + P_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}ab$ . Slično tome, zbog  $P_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}bv_3$ ,  $P_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}bv_4$ ,  $v_3 + v_4 = a$ , zaključujemo da je  $P_{\triangle BCE} + P_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}ab$ .