

REGIONALNO NATJECANJE

1996. godina

Slavonija - Osječka regija

4. razred

1. Dijete se penje dugim stubištem trčkarajući gore-dolje, tako da prvo ide 4 stube gore i 1 dolje, zatim 8 stuba gore i 2 dolje, 16 stuba gore i 4 dolje, ... (svaki put prijeđe dvostruko više stuba gore - dolje). Koliko najmanje stuba dijete mora prijeći da najbrže stigne na 96. stubu? Obrazložite odgovor.

2. Imamo dvije kutije s kuglicama jednakih težina i veličina. U prvoj se kutiji nalaze samo crne, a u drugoj samo bijele kuglice. Iz prve kutije Antun prebaci u drugu kutiju dvije kuglice i promiješa kuglice u drugoj kutiji. Ne gledajući kuglice, Branko iz druge kutije prebaci dvije kuglice u prvu kutiju i promiješa ih. Zatim Antun, ne gledajući kuglice, prebaci tri kuglice iz prve u drugu kutiju, a Branko, gledajući u kuglice, prebaci tri bijele kuglice iz druge u prvu kutiju. Na kraju Cvjetko, ne gledajući kuglice, uzme iz svake kutije po jednu kuglicu u ruke i prebaci ih u suprotne kutije (zamijeni im mjesta), pa upita:

"Kojih kuglica ima više - u prvoj bijelih, ili u drugoj kutiji crnih kuglica?"

"To ne zna ni baba vračara", reče Branko.

"Ja znam", odgovori Antun.

Znate li i vi? Odgovor obrazložite.

3. Dva sata (s kazaljka) trenutno pokazuju točno vrijeme. Ako jedan sat kasni dnevno 1 minutu, a drugi uopće ne ide (stoji), koji će od ova dva sata pokazivati češće točno vrijeme? Obrazložite odgovor.

4. Na školskom natjecanju iz matematike Ivica je dobio 10 zadataka. Za svaki točno riješen zadatak dobiva 5 bodova, a za netočno riješen ili neriješen zadatak oduzimaju mu se 3 boda.

Koliko je zadataka Ivica točno riješio ako je na kraju imao 26 bodova?

5. Ako stranicu kvadrata produljimo za 2 cm, dobit ćemo kvadrat koji ima površinu za 8 cm^2 veću od površine prvobitnog kvadrata. Koliko iznose stranica, opseg i površina prvobitnog kvadrata?

REGIONALNO NATJECANJE

1996. godina

Slavonija - Osječka regija

RJEŠENJA - 4. RAZRED

1. Do 96. stube dijete dolazi ovako:

$$(4-1)+(8-2)+(16-4)+(32-8)+51=3+6+12+24+51=96.$$

Tada će ukupno prijeći stuba:

$$(4+1)+(8+2)+(16+4)+(32+8)+51=5+10+20+40+51=126.$$

Da stigne na 96. stubu, dijete mora najmanje prijeći 126 stuba.

2. Kako je iz prve prebačeno u drugu kutiju $2 + 3 + 1 = 6$ kuglica, a isto je toliko vraćeno, tada je u obje kutije ostao isti broj kuglica kao i na samu početku (prije prebacivanja kuglica).

Dakle, jednak je broj zamijenjenih crnih i bijelih kuglica, tj. koliko je iz prve u drugu kutiju dospjelo crnih kuglica, toliko je iz druge u prvu kutiju dospjelo bijelih kuglica (jer bi se u protivnom promijenio broj kuglica u kutijama).

Dakle, u prvoj kutiji ima isto toliko bijelih koliko u drugoj kutiji ima crnih kuglica.

3. Prvi sat (koji dnevno kasni 1 minutu) pokazivat će opet točno vrijeme nakon što zakasni 12 sati = $12 \cdot 60$ minuta = 720 minuta, za što će mu biti potrebno 720 dana.

Drugi sat (koji stoji) pokazat će opet točno vrijeme nakon 12 sati, tj. pola dana. Dakle, drugi sat će $720 : 2 = 1440$ puta češće pokazivati točno vrijeme nego prvi sat.

4. Neka je x broj točno riješenih zadataka, a $10 - x$ broj netočno riješenih ili neriješenih zadataka. Tada je $x \cdot 5 - (10 - x) \cdot 3 = 26$, $5x = 26 + 3(10 - x)$, $5x = 56 - 3x$, $5x + 3x = 56$, $x = 56 : 8$, $x = 7$, $10 - x = 3$.

Ivica je točno riješio 7, a netočno (ili nije riješio) 3 zadatka.

Pokus (provjera): $7 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 26$, $35 - 9 = 26$, $26 = 26$.

Zadatak se može riješiti i metodom razlikovanja slučajeva, provjeravajući svaki slučaj posebno.

5.

I. način: $4 + 2a + 2a = 8$, $4a = 4$, $a = 1$ cm

$O = 4a = 4$ cm.

$P = a^2 = a \cdot a = 1$ cm².

II. način: a je duljina stranice prvobitnog kvadrata $a_1 = a + 2$ duljina je stranice novog kvadrata, $P = a^2$ površina prvobitnog kvadrata, $P_1 = a_1^2 = (a + 2)^2$ površina je novog kvadrata;

$$P_1 = P + 8$$

$$(a+2)^2 = a^2 + 8$$

$$(a+2) \cdot (a+2) = a^2 + 8$$

$$(a+2) \cdot a + (a+2) \cdot 2 = a^2 + 8,$$

$$a^2 + 2a + 2a + 4 = a^2 + 8,$$

$$(a^2 + 4a + 4) - a^2 = 8$$

$$(a^2 - a^2) + 4a + 4 = 8$$

$$4a + 4 = 8$$

$$4a = 8 - 4$$

$$4a = 4$$

$$a = 4 : 4$$

$$a = 1 \text{ cm},$$

$$O = 4a = 4 \text{ cm},$$

$$P = a^2 = 1 \text{ cm}^2.$$

