

REGIONALNO NATJECANJE

1997. godina

Slavonija - Osječka regija

5. razred

1. Izračunaj:

$$10101 \cdot \left(\frac{5}{111111} + \frac{5}{222222} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37} \right).$$

2. Zbroj je dva broja 957. Znamenka je jedinica većeg od njih nula. Ako se to nula izostavi, dobiva se manji broj. Koji su to brojevi?

3. Koliko ima peteroznamenkastih brojeva za koje vrijede ova tri svojstva:

- djeljivi su s 4, a pri dijeljenju s 5 ostatak im je 2,
- zbroj je znamenaka desettisućica i stotica 8,
- znamenka je tisućica neparna?

4. U istoj zgradi u 4 stana stanuju osobe A, B, C i D. Osobe B, C i D su braća osobe A i osim njih osoba A nema više braće. U stanu osobe A postoje dvojna vrata i tri prozora. U stanu osobe B ima toliko vrata koliko u stanu osobe C ima prozora i toliko prozora koliko tamo ima vrata. U stanovima braće osobe D ima po jednak broj vrata i prozora. Živi li u istoj zgradi i punica osobe A?

5. Dane su dvije neparalelne dužine \overline{AB} i \overline{CD} . Odredite točku E za koju vrijedi $|EA| = |EB|$ i $|EC| = |ED|$ (udaljenosti točke E do točaka A i B su jednake, slično vrijedi i za udaljenosti točke E do točaka C i D).

REGIONALNO NATJECANJE

1997. godina

Slavonija - Osječka regija

RJEŠENJA - 5. RAZRED

1. $\frac{7}{22}$

2. Ako je x manji broj, onda je veći broj $10x$. Prema uvjetu zadatka vrijedi $x + 10x = 957$. Odatle slijedi da je $x = 87$ i $10x = 870$. Brojevi su 87 i 870.

3. Neka je \overline{abcde} traženi broj. Pri dijeljenju s 5 ostatak 2 daju brojevi koji završavaju znamenkom 2 ili 7, dakle vrijedi $e \in \{2, 7\}$. Broj je djeljiv s 4 ako mu je dvoznamenkasti završetak djeljiv s 4. Za $e = 2$ mogućnosti su da je $d \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$, a za $e = 7$ takav d ne postoji. Zato je $\overline{de} \in \{12, 32, 52, 72, 92\}$ i postoji pet mogućnosti izbora. Iz $a+c=8$ i $a \neq 0$ slijedi $(a,c) \in \{(1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1), (8, 0)\}$, tj. postoji osam mogućnosti. Budući da je $b \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (pet mogućnosti izbora), zaključujemo da brojeva koji zadovoljavaju sve uvjete ima $5 \cdot 8 \cdot 5 = 200$.

4. Budući da u stanovima braće osobe D ima jednak broj vrata i prozora, a u stanu osobe A to nije slučaj, zaključujemo da osoba A nije brat, već sestra braća B, C i D . Budući da sestra nema punicu, odgovor zadatka je niječan.

5. Vidi sliku. Točka E je presjek simetrala dužina \overline{AB} i \overline{CD} .

