

REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – rješenja

15. svibnja 2009.

1. Označimo tražene brojeve s a, b, c, d i neka je $m = a + b + c + d$. 1 BOD

Kako su zadani zbrojevi od po tri broja, očito vrijede jednačbe

$$a = m - 23, b = m - 26, c = m - 28 \text{ i } d = m - 31.$$

2 BODA

Zbrajanjem prethodnih četiriju jednačbi dobivamo

$$m = a + b + c + d = (m - 23) + (m - 26) + (m - 28) + (m - 31) = 4m - 108,$$

odakle je $3m = 108$, tj. $m = 36$.

3 BODA

Sada lagano dobivamo rješenja: $a = 36 - 23 = 13, b = 36 - 26 = 10, c = 36 - 28 = 8$ i $d = 36 - 31 = 5$.

4 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Rastav broja 75600 na proste faktore je $75600 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

1 BOD

Taj broj trebamo prikazati u obliku umnoška što je moguće manje jednoznamenastih brojeva.

Očito, tri znamenke su 7, 5, 5.

2 BODA

Nadalje, imamo da je $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 9 \cdot 8$ i taj umnožak ne možemo prikazati kao umnožak dvaju jednoznamenastih brojeva zato jer je $9 \cdot 9 < 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

3 BODA

Dakle, traženi broj ima znamenke 7, 5, 5, 6, 9, 8.

2 BODA

Najmanji među njima je broj 556789.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Ako bi kut $\sphericalangle AVB$ podijelili na 6 jednakih dijelova, svaki bi dio bio veličine $72^\circ : 6 = 12^\circ$.

2 BODA

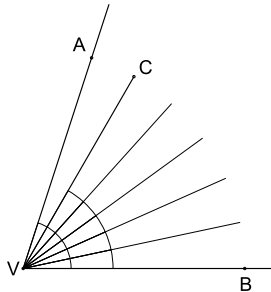
S obzirom da je $72^\circ - 12^\circ = 60^\circ$ i da kut veličine 60° znamo konstruirati, konstruiramo kut $\sphericalangle CVB = 60^\circ$.

2 BODA

Tada je $\sphericalangle AVC = \sphericalangle AVB - \sphericalangle CVB = 72^\circ - 60^\circ = 12^\circ$, te kut $\sphericalangle AVC$ prenesemo na kut $\sphericalangle CVB$ pet puta.

2 BODA

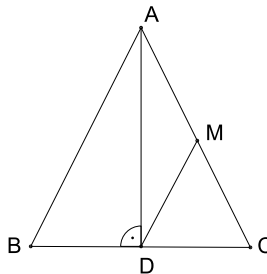
KONSTRUKCIJA



4 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4.



1 BOD

Primjenom nejednakosti trokuta na trokut DCM dobivamo nejednakost $|DC| - |DM| < |CM|$.

3 BODA

Nadalje, kako je trokut ABC jednakokrtačan, slijedi da je $|CM| = |AC| - |AM| = |AB| - |AM|$.

3 BODA

Kako je D polovište osnovice \overline{BC} , slijedi da je $|DC| = |DB|$.

2 BODA

Konačno, uvrštavanjem prethodnih dviju jednakosti u nejednakost trokuta imamo da je

$|DB| - |DM| < |AB| - |AM|$, što je i trebalo dokazati.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Kombiniranjem zadanih triju relacija imamo redom

$$\begin{aligned} 15 \otimes 8 &= 8 \otimes 15 = (6 + 2) \otimes 15 = (6 \otimes 15) + 16 = & 2 \text{ BODA} \\ &= ((4 + 2) \otimes 15) + 16 = (4 \otimes 15) + 16 + 16 = (4 \otimes 15) + 32 = & 2 \text{ BODA} \\ &= ((2 + 2) \otimes 15) + 32 = (2 \otimes 15) + 16 + 32 = (2 \otimes 15) + 48 = & 2 \text{ BODA} \\ &= ((0 + 2) \otimes 15) + 48 = (0 \otimes 15) + 16 + 48 = (0 \otimes 15) + 64 = & 2 \text{ BODA} \\ &= (15 \otimes 0) + 64 = 15 + 64 = 79. & 2 \text{ BODA} \end{aligned}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA