MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

REGIONALNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Prelog,Našice,Pag,Brinje, 21. svibnja 2010.

4. razred

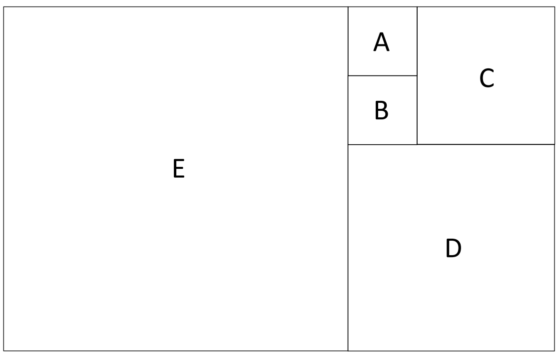
1. Stazom oko jezera šeću otac i sin. Otac napravi 1200 koraka duljine 1 m. Koliko koraka je napravio sin na istom putu ako je duljina njegovog koraka 80 cm?

2. U šumi je bilo ukupno 564 zečeva i vjeverica. Kada se broj zečeva povećao 3 puta, a broj vjeverica 5 puta, ukupno ih je bilo 2010. Koliko je zečeva, a koliko vjeverica bilo u šumi na početku?

3. Jedan broj je veći od drugog za 406. Ako se veći broj podijeli manjim, dobit će se količnik 3 i ostatak 66. Koji su to brojevi?

4. Od 22 jednaka štapića sastavite pravokutnik najveće površine. Kolika je površina tog pravokutnika ako je duljina jednog štapića 2 cm?

5. Na slici su sa slovima A,B,C,D,E označeni kvadrati koji čine pravokutnik (vidi sliku). Izračunaj opseg pravokutnika ako je površina najmanjeg kvadrata 4 cm^2.



Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
21. svibnja 2010.

4. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Duljina puta je $1200 \cdot 1 = 1200$ *m* odnosno 12 000 *dm*. 4 BODA
   Duljina koraka sina je 80 *cm* odnosno 8 *dm*. 2 BODA
   Broj koraka koje napravi sin je $12\,000 : 8 = 1500$. 4 BODA
   ………………………………………………………………...…… UKUPNO 10 BODOVA

2. Da se broj vjeverica povećao 3 puta, umjesto 5 puta, ukupan broj vjeverica i zečeva bi bio $564 \cdot 3 = 1692$. Zato je razlika $2010 - 1692 = 318$ jednaka dvostrukom broju vjeverica na početku. 6 BODOVA
   Broj vjeverica na početku je $318 : 2 = 159$, a zečeva $564 - 159 = 405$. 4 BODA
   ………………………………………………………………...…… UKUPNO 10 BODOVA

3. $\boxed{}$ + 406 djeljenik

   $\boxed{}$ djelitelj 2 BODA

   Ako bi djeljenik bio veći od djelitelja za $406 - 66 = 340$, onda pri dijeljenju ne bi bilo ostatka i djeljenik bi bio 3 puta veći od djelitelja. 2 BODA

   $\boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{} - \boxed{} = 340$ 2 BODA

   $\boxed{} = 170$ 2 BODA

   Prvi broj je $3 \cdot 170 + 66 = 576$, a drugi je 170. 2 BODA
   ………………………………………………………………..…. UKUPNO 10 BODOVA

4. Dvije susjedne stranice pravokutnika se sastoje od 22:2=11 štapića. 2 BODA
   Broj štapića u tim susjednim stranicama može biti 10+1, 9+2, 8+3, 7+4 i 6+5. 3 BODA
   Kako je duljina štapića 2 *cm*, površine tih pravokutnika su $20 \cdot 2 = 40$, $18 \cdot 4 = 72$, $16 \cdot 6 = 96$, $14 \cdot 8 = 112$ i $12 \cdot 10 = 120$. 3 BODA
   Dakle, pravokutnik najveće površine ima susjedne stranice od 6 štapića i 5 štapića te je njegova površina 120 cm^2. 2 BODA
   ……………………………………………………………... UKUPNO 10 BODOVA

5. Ako je površina najmanjeg kvadrata 4 cm^2, onda je duljina njegove stranice 2 cm. 1 BOD
Duljina stranice kvadrata označenog slovom C je dva puta veća od duljine stranice najmanjeg kvadrata te iznosi 4 cm. 1 BOD
Duljina stranice kvadrata označenog slovom D jednaka je zbroju duljina stranica kvadrata označenih slovima B i C odnosno iznosi 6 cm. 1 BOD
Duljina stranice kvadrata označenog slovom E jednaka je zbroju duljina stranica kvadrata označenih slovima A, B i D odnosno iznosi 10 cm. 2 BODA
Duljina pravokutnika je jednaka zbroju duljina stranica kvadrata označenih slovima D i E odnosno iznosi 16 cm. 2 BODA
Širina pravokutnika je jednaka duljini stranice kvadrata označenog slovom E te je 10 cm. 1 BOD
Opseg pravokutnika je 52 cm. 2 BODA
…………………………………………………………………..……. UKUPNO 10 BODOVA

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

REGIONALNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Prelog,Našice,Pag,Brinje, 21. svibnja 2010.

5. razred

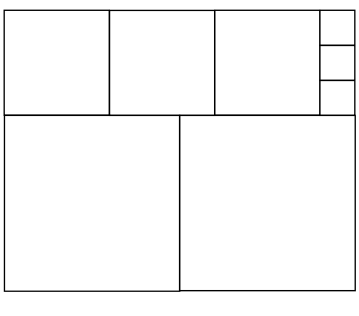
1. Zbroj 40 uzastopnih prirodnih brojeva je 1940. Koji su to brojevi.

2. Pri dijeljenju broja 2010 nekim dvoznamenkastim brojem dobije se ostatak 15. Koliko ima takvih dvoznamenkastih brojeva?

3. Tijekom mjesec dana u jednoj igri na INTERNET-u sudjelovalo je 510 015 ljudi. Igra se sastoji od 10 razina, ali nitko od sudionika nije igranjem došao na najvišu razinu. Pravila igre zahtijevaju 4 igranja igre što je svaki od sudionika ispunio i pritom završavao igranja na različitim razinama. Koliko je najmanje sudionika ostvarilo jednak uspjeh u igri odnosno u 1. igranju došlo do iste razine, u 2. igranju došlo do iste razine, u 3. igranju došlo do iste razine i u 4. igranju došlo do iste razine?

4. Postoje li prosti brojevi p i q takvi da je $3p+5q=67$?

5. Pravokutnik je podijeljen na osam kvadrata(vidi sliku). Ako je opseg najmanjeg kvadrata 2 *cm*, kolika je površina pravokutnika?



Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
21. svibnja 2010.

5. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je najmanji traženi broj n. Tada sve tražene brojeve možemo zapisati kao n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$, …, $n + 39$. 2 BODA
   Njihov je zbroj $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 + \ldots + n + 39 = 1940$ 1 BOD
   $40\,n + (39 \cdot 40) : 2 = 1940$ 2 BODA
   $40\,n + 780 = 1940$ 1 BOD
   $40\,n = 1160$ 1 BOD
   $n = 29$ 1 BOD
   Traženi brojevi su 29, 30, 31, 32, …, 68. 2 BODA
   ……………………………………………………………………...… UKUPNO 10 BODOVA

2. Kako se pri dijeljenju broja 2010 s nekim dvoznamenkastim brojem dobije ostatak 15, onda je $2010 - 15 = 1995$ djeljiv s tim dvoznamenkastim brojem. 2 BODA
   Budući da je $1995 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$, 2 BODA
   traženi brojevi su: a) $3 \cdot 7 = 21$,
   b) $3 \cdot 19 = 57$,
   c) $5 \cdot 7 = 35$,
   d) $5 \cdot 19 = 95$,
   e) 19 5 BODOVA
   Traženih dvoznamenkastih brojeva ima 5. 1 BOD
   ……………………………………………………………………... UKUPNO 10 BODOVA

3. S obzirom da nitko od sudionika nije došao do najviše razine, postoji 9 mogućih ostvarenja igranja. 2 BODA
   Budući da je svaki sudionik završavao igranja na različitim razinama, postoji $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$ mogućih ostvarenja u 4 igranja odnosno 3024 različitih uspjeha u igri. 4 BODA
   Kako je $510\,015 = 168 \cdot 3024 + 1983$, onda je najmanje 169 sudionika ostvarilo jednak uspjeh u igri. 4 BODA
   ……………………………………………………………...……… UKUPNO 10 BODOVA

4. Kada bi i p i q bili parni brojevi, onda bi i $3p$ i $5q$ bili parni brojevi pa bi i $3p+5q$ bio paran broj. S obzirom da je 67 neparan broj, to znači da su p i q različite parnosti. 3 BODA
   Za p=2 vrijedi $3 \cdot 2 + 5q = 67$ odnosno $5q = 61$ pa jednadžba nema rješenja. 3 BODA
   Za q=2 vrijedi $3p + 5 \cdot 2 = 67$ odnosno $3p = 57$ pa je p=19. 3 BODA
   Traženi prosti brojevi su p=19 i q=2. 1 BOD
   ………………………………………………………………….….. UKUPNO 10 BODOVA

5. Opseg najmanjeg kvadrata je 2 *cm* pa je duljina njegove stranice $\frac{1}{2}$ *cm*. 1 BOD

To znači da je duljina stranice po veličini drugog kvadrata $\frac{3}{2}$ *cm*. 1 BOD

Zbroj duljina dvije stranice najvećeg kvadrat je jednak zbroju duljina tri stranice srednjeg kvadrat i jedne stranice najmanjeg kvadrata pa iznosi 5 *cm*. 2 BODA

Dakle, duljina stranice najvećeg kvadrata je $\frac{5}{2}$ *cm*. 1 BOD

Također, duljina pravokutnika je 5 *cm*. 1 BOD

Širina pravokutnika je zbroj duljine jedne stranice najvećeg kvadrata i jedne stranice srednjeg kvadrata te iznosi 4 *cm*. 2 BODA

Zato je površina pravokutnika 20 cm^2. 2 BODA

…………………………………………………………...………… UKUPNO 10 BODOVA

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

REGIONALNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Prelog,Našice,Pag,Brinje, 21. svibnja 2010.

6. razred

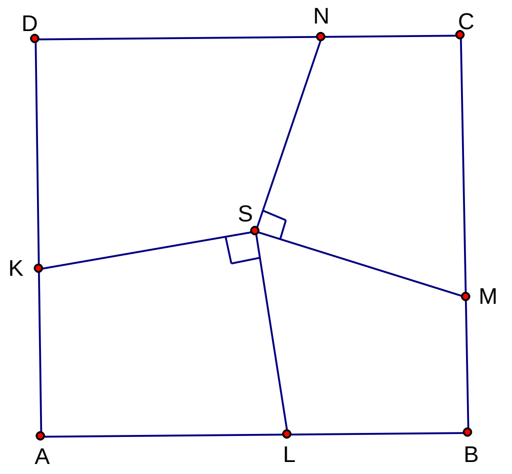
1. Riješi jednadžbu $17 \cdot [1300 - 1296 : (7x - 12 + 6x)] = 21947$.

2. Odredi veličine unutarnjih kutova trokuta ako je poznato da je veličina jednog kuta jednaka $\frac{8}{15}$ veličine drugog kuta, odnosno $\frac{4}{11}$ veličine trećeg kuta.

3. Odredi sve proste brojeve p i q te prirodan broj r takve da je $2p+3q+4r=2010$.

4. Jednakokračan trokut ABC s osnovicom $\overline{BC}$ ima krak 3 puta dulji od osnovice. Ako je D polovište osnovice, a točka E polovište kraka $\overline{AB}$, onda je opseg četverokuta AEDC za 42 *cm* veći od opsega trokuta EBD. Izračunaj opseg trokuta ABC.

5. Zadan je kvadrat ABCD kome je duljina stranice 6 cm. Iz središta kvadrata S nacrtane su dužine $\overline{SK}$, $\overline{SL}$, $\overline{SM}$ i $\overline{SN}$ takve da je $\overline{SK} \perp \overline{SL}$ i $\overline{SM} \perp \overline{SN}$ ($Vidi\ sliku$!). Koliki je zbroj površina četverokuta KSND i SLBM?



Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
21. svibnja 2010.

6. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Koristeći neka svojstva računanja s prirodnim brojevima rješavamo

$1300 - 1296 : (7 \cdot x - 12 + 6 \cdot x) = 21947 : 17$ 1 BOD

$1300 - 1296 : (13 \cdot x - 12) = 1291$ 2 BODA

$1296 : (13 \cdot x - 12) = 1300 - 1291$ 1 BOD

$1296 : (13 \cdot x - 12) = 9$ 1 BOD

$13 \cdot x - 12 = 1296 : 9$ 1 BOD

$13 \cdot x - 12 = 144$ 1 BOD

$13 \cdot x = 144 + 12$ 1 BOD

$13 \cdot x = 156$ 1 BOD

$x = 12$ 1 BOD

…………………………………………………………………...……. UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka su α, β i γ veličine unutarnjih kutova trokuta. Iz uvjeta zadatka vrijedi

$\alpha = \frac{8}{15}\beta$ i $\alpha = \frac{4}{11}\gamma$. 2 BODA

Tada je

$\beta = \frac{15}{8}\alpha$ i $\gamma = \frac{11}{4}\alpha$. 2 BODA

Za svaki trokut vrijedi $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ pa je

$\alpha + \frac{15}{8}\alpha + \frac{11}{4}\alpha = 180°$. 2 BODA

Rješenje jednadžbe je $\alpha = 32°$. 2 BODA

Tada je $\beta = 60°$ i $\gamma = 88°$. 2 BODA

…………………………………………………………………...………. UKUPNO 10 BODOVA

3. Kako su $2p$, $4r$ i 2010 parni brojevi, onda i $3q$ mora biti paran broj. To znači da je q paran broj odnosno $q=2$. 3 BODA

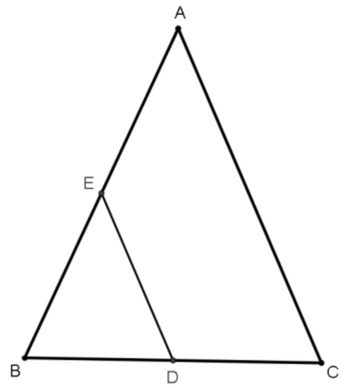
Dalje vrijedi $2p+4r=2004$ odnosno $p+2r=1002$. 2 BODA

Budući da su $2r$ i 1002 parni brojevi, onda i p mora biti paran pa je $p=2$. 3 BODA

Na kraju vrijedi $2r=1000$ te je $r=500$. 2 BODA

…………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je osnovica trokuta ABC duljine a. Tada je duljina kraka tog trokuta $3a$.



2 BODA

Vrijedi $O_{AEDC} = \frac{3}{2}a + |ED| + \frac{a}{2} + 3a$ i $O_{EBD} = \frac{3}{2}a + |ED| + \frac{a}{2}$. 2 BODA

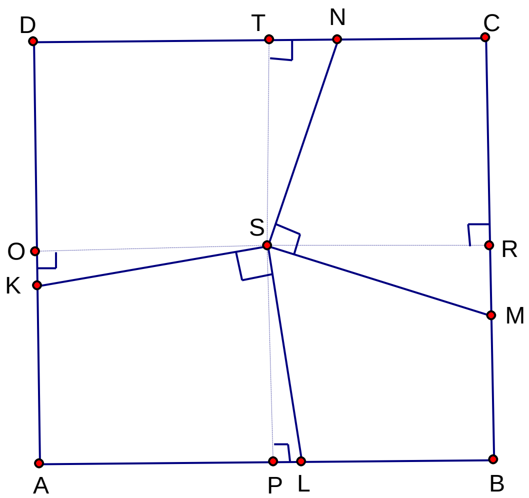
To znači da je $3a$=42 odnosno a=14 *cm*. 2 BODA

Duljina kraka je 42 *cm*. 2 BODA

Opseg trokuta ABC je O=14+42+42=98 *cm*. 2 BODA

……………………………………………………………..………… UKUPNO 10 BODOVA

5. Nacrtamo okomice iz središta kvadrata na stranice te nožišta okomica označimo redom O,P,R i T.



4 BODA

Kako je $|\sphericalangle NTS| = |\sphericalangle MRS| = 90°, |ST| = |SR|$ i $|\sphericalangle TSN| = |\sphericalangle RSM|$ (šiljasti kutovi s okomitim kracima), prema poučku K-S-K o sukladnosti slijedi $\Delta NTS \cong \Delta MRS$.

Analogno se pokaže $\Delta SOK \cong \Delta SPL$. 4 BODA

Zato vrijedi $P_{KSND} + P_{LBMS} = P_{OSTD} + P_{NTS} + P_{SOK} + P_{PBRS} - P_{MRS} - P_{SPL} =$

$= \frac{1}{4}P_{ABCD} + \frac{1}{4}P_{ABCD} = \frac{1}{2}P_{ABCD} = 18$ cm^2 2 BODA

……………………………………………………………………..……. UKUPNO 10 BODOVA